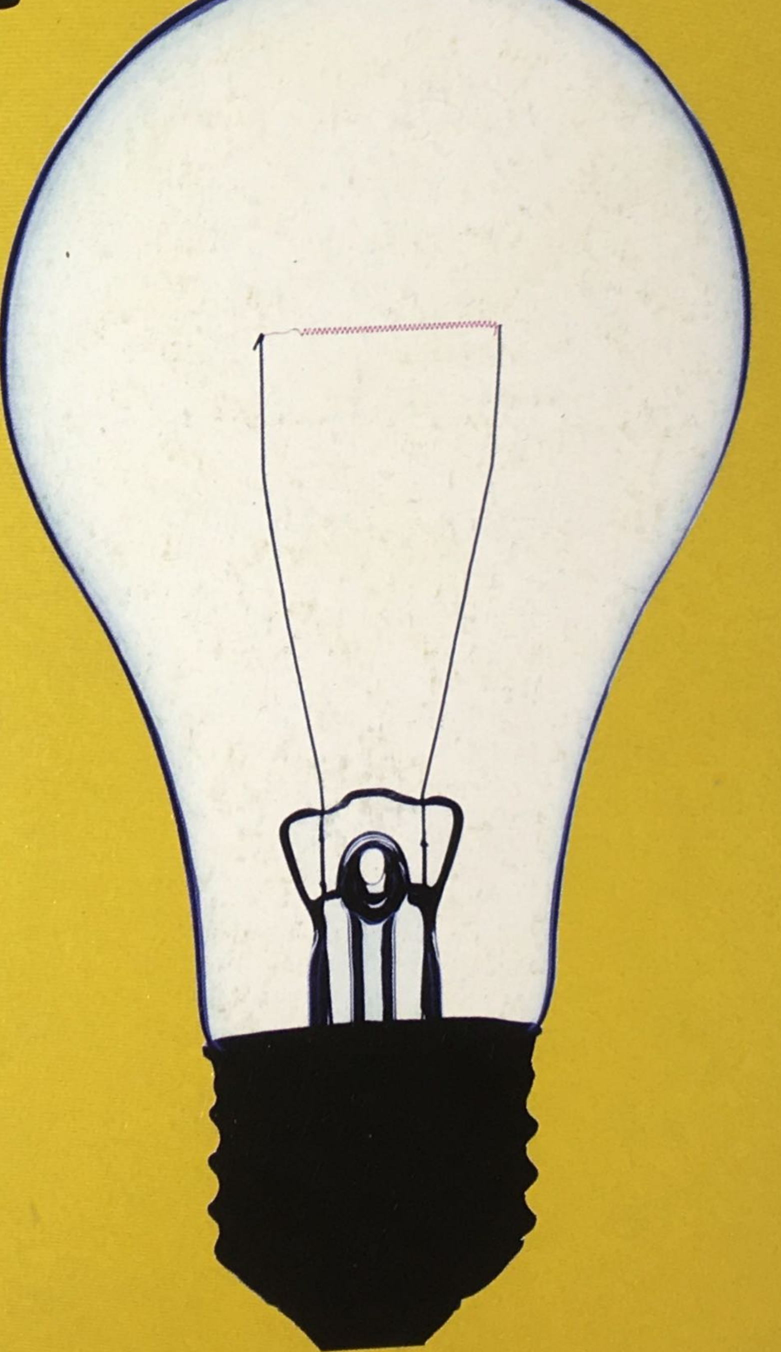
חשמל ומגנטיות

ספר פתרונות

כרך א׳



על-פי תוכנית
הלימודים החדשה

משה פרידמן

רכס
פרויקטים חינוכיים בע"מ

תלמידים ומורים יקרים,

ספר זה מכיל את הפתרונות המפורטים של התרגילים שהופיעו בספר הלימוד "חשמל ומגנטיות". השיקולים המרכזיים שעמדו לפני בכתיבת ספר הפתרונות הם:

א. הצגת פתרון ברור ומנומק היטב.

ב. הבהרה, ולעתים הרחבת המסקנות הנובעות מפתרון מסוים, כדי לבסס, להכליל ולהרחיב את הידע בנושא ספציפי.

ג. פרישת הדרך לפתרון, על פי הסטנדרטים המקובלים בבחינות הבגרות. למשל: הצגת ביטוי כללי, הצבת ערכים, הגעה לפתרון סופי וכתיבת תשובה מילולית.

בנושא זה, מצאתי לנכון להביא בפניכם את כללי ההערכה הנהוגים במבחני הבגרות בפיזיקה. הדברים הבאים מצוטטים כלשונם מחוזר מפמ"ר פיזיקה תשס"ז/1.

כללי הערכה (5 יח"ל)

א. ניקוד עבור שרטוט גרפים:

10% לשימוש בסרגל.

10% לבחירה נכונה של הצירים.

10% לשמות הצירים ויחידות.

20% לקנה מידה נכון וסביר.

30% למיקום הנקודות.

20% להעברה סבירה של הגרף.

ב. חישוב שיפוע:

1. יש להקפיד על הצבת הנקודות מהגרף ולא מטבלת הנתונים.
2. יש להקפיד לקחת שתי נקודות על הגרף שאינן קרובות מדי זו לזו.

ג. חישובים:

1. אי רישום נוסחה מוריד 10% מהסעיף.
2. אי הצבת נתונים בנוסחה מורידה 10% מהסעיף.
3. טעות חישוב מורידה 10% מהסעיף.
4. אי רישום יחידות או רישום יחידות שגויות בנתונים או בתוצאה הסופית מוריד 10% מהסעיף.
5. יש להקפיד על מספר ספרות רלבנטי אחרי הנקודה העשרונית.

ד. טעות נגררת:
אין מורידים נקודות על טעות נגררת, בתנאי שהטעות אינה מביאה למצבים אבסורדיים בסעיפים שאחריה.

ה. בשאלות בהן נדרש נימוק, תשובה של כן ולא בלבד (או מלווה בנימוק שטותי או שלא לעניין) לא תזכה בנקודות.

ו. כאשר חסר נתון בשאלה (או בדף הנוסחאות), יש להגיע לפתרון הפרמטרי הכללי בלבד.

ז. יכולים להופיע בשאלה גם נתונים מיותרים. על התלמיד להחליט בעצמו לגבי כל נתון האם הוא רלבנטי לפתרון או לא.

ח. הערות כלליות:

1. חשוב לחנך את התלמידים לכתיבה מסודרת. מחברת בחינה מבולגנת, או כתב יד בלתי קריא, יביאו להורדת נקודות.
2. יש להזכיר לתלמידים למחוק תשובות לשאלות שאינם מעוניינים שתיבדקנה. הכלל הוא שהשאלות נבדקות על פי סדר הופעתן במחברת הנבחן (גם אם רשומה בתשובה שורה אחת בלבד).
3. חשוב להבהיר לתלמידים שלא למסור מחברת ריקה, גם אם השאלות נראות להם קשות להתמודדות. מסירת מחברת ריקה פירושה – אפס במבחן. לעומת זאת, ניסיון להתמודדות אפילו בסעיפים בודדים, יחד עם מדדי הקלה שאולי יינתנו לשאלות קשות, יביאו לתלמיד מספר נקודות לא מבוטל ובסופו של דבר, בשקלול הסופי, עשויים להכריע את הכף מכישלון להצלחה.
4. בשאלוני פיזיקה, לא מאושר שימוש במחשב גרפי או במחשב נישא.
5. מותר למורי הפיזיקה לקבל לידם את שאלוני הבחינה מיד עם חלוקתם לתלמידים (ולא לפני כן), לצורך בדיקת הבחינה ואיתור תקלות.

להערות ולתגובות: friedman_moshe@yahoo.com

משה פרידמן

תוכן העניינים

פרק 1: חוק קולון..7

פרק 2: הזרם החשמלי..22

פרק 3: מעגלי זרם...42

פרק 4: שדה חשמלי...67

פרק 5: פוטנציאל חשמלי.....................................96

תודות לאנשים יקרים שעזרו כל אחד בדרכו בהפקת הספר

- ד״ר תהלה בן גיא מנהלת חמד״ע
- אלוף (מיל׳) אברהם בן שושן – מנכ״ל קרן תל-אביב
- גב׳ קורינה פולינגר, מהצוות החינוכי של חמד״ע, קראה, העירה והאירה
- ד״ר איליה מזין שתמך, קרא והעיר הערות חשובות
- מר רוני זמירי על תצלומים מרהיבים
- לתלמידי היקרים שני אוחיון, ויובל גליק
- תלמידי בית הספר התיכון מכבים רעות - מחזור תשס״ו
- למשפחתי האהובה שוש, רונית, ליאור, אייל ועמית, המעגל הראשון - אתם החומה.

פרק 1 - המבנה האטומי של החומר וחוק קולון

דגשים מתוך הסילבוס החדש:

חוק קולון, המושג "מטען נקודתי", יחידת המטען החשמלי, קיום מטען יסודי (אלמנטרי)

א. יודגש כי חוק קולון הוא "חוק הכוח" הפועל בין מטענים נקודתיים, בדומה לחוק הכבידה של ניוטון, שהוא "חוק הכוח" הפועל בין מסות נקודתיות. חשוב לציין כי בשני המקרים הכוח משתנה ביחס הפוך לריבוע המרחק.

ב. המטענים ה"נקודתיים" או המסות ה"נקודתיות" אינם בהכרח זעירים ביותר. מושג הנקודתיות הוא אידאליזציה, והכוונה היא לגופים או לחלקיקים שממדיהם קטנים ביחס למרחק המפריד ביניהם. אם מטענים אינם נקודתיים, אך התפלגותם במרחב אחידה וכדורית, אפשר להתייחס אליהם כאל מטענים נקודתיים המצויים במרכזי הכדורים.

ג. בניסוי "חוק קולון" (או תיאורו[1]) יש להסביר שניתן לקבוע את גודל הכוח כתלות בגודלי המטענים q_1 ו-q_2, גם אם לא מכירים עדיין שיטה למדידה ישירה של גודל מטען. עושים זאת בעזרת רעיון החלוקה השווה של המטענים – מטעמי סימטריה – בין כדורים מוליכים בעלי רדיוסים שווים. יחידת כמות המטען – הקולון – תוגדר באמצעות חוק קולון (הכוח הפועל בין שני מטענים שגודלם קולון אחד והנמצאים במרחק מטר אחד זה מזה הוא $1/4\pi\varepsilon_0$ ניוטון). מאוחר יותר, לאחר שהתלמידים ילמדו את הגדרת האמפר, ניתן להגדיר את יחידת המטען באמצעות יחידת הזרם – האמפר.

ד. יחידת הקולון היא "ענקית". יש לאזכר את הנגזרות מיקרוקולון $\mu C = 10^{-6}C$, וננוקולון $nC = 10^{-9}C$ ולהשתמש בהן.

ה. קיומו של מטען חשמלי יסודי יצוין בשלב זה כעובדה, ויצוין שכל מטען חשמלי הוא כפולה שלמה של המטען היסודי.

השוואה בין כוחות חשמליים וכוחות כבידה

חשוב לציין את הדמיון ואת השוני בין חוק קולון לבין חוק הכבידה ולהדגיש את ההבדל העצום שבין עוצמת הכוחות החשמליים לבין עוצמת כוחות הכבידה. כמו כן, כוחות הכבידה הינם כוחות משיכה בלבד, בעוד שהכוחות החשמליים הם כוחות משיכה או דחייה.

---

[1] הערת המחבר

עיקרון הסופרפוזיציה של כוחות חשמליים

על סמך ניסויים, אנו למדים כי על כוחות חשמליים חל עיקרון הסופרפוזיציה, כשם שהוא חל לגבי כוחות אחרים. משמעותו: הכוחות בין שני מטענים נקודתיים אינם מושפעים מנוכחותו של מטען נוסף.

הנחיות לפתרון תרגילים

- רשום את נתוני השאלה בצורה ברורה.
- העזר בשרטוט וקטורי כוחות.
- הסבר שיקוליך במהלך הפתרון.
- במשוואות, פתור תחילה פתרון פרמטרי - באותיות, הצב מספרים, ורק אז רשום את הערך המספרי של הפתרון.
- כתוב מספרים בכתיבה מדעית תקינה. לדוגמה: $245000 = 2.45 \cdot 10^5$
- ...אל תשכח לרשום יחידות...
- לאחר שהתקבלה תוצאה מספרית, בדוק האם היא מתקבלת על הדעת.
- כתוב תשובה מילולית בנוסף לתוצאה מספרית.

תשובות לשאלות

1. המטען q מתחלק במידה שווה בין שני הכדורים (שוויון זה נובע משיקולי סימטריה), לכן בתום התהליך המתואר בשאלה, מטענו של כל אחד מהכדורים יהיה $0.5q$.

2. המטען הכולל שמתחלק בין שני הכדורים הינו $q_T = q - 2q = -q$. משיקולי סימטריה יהיה מטענו של כל אחד מהכדורים $-0.5q$.

פתרונות לתרגילים

1. מטענו של האלקטרון הוא q_e. המטען הסופי על המטבע ניתן על ידי הביטוי:

$$q = n \cdot q_e$$

$$\Rightarrow n = \frac{q}{q_e} = \frac{3.2 \cdot 10^{-6}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 2 \cdot 10^{13}$$

2. $q_1 = 3\mu C$, $q_2 = -2\mu C$. המטען הכולל המתחלק בין שני הכדורים הינו:

$$q_T = q_1 + q_2 = 3 + (-2) = 1\mu C$$

המטען מתחלק שווה בשווה בין שני הכדורים, לכן מטענו של כל כדור הינו $q = 0.5\mu C$.

3. נתון: $q_1 = q_2 = 5\mu C$, $r = 10^{-10} m$.

א. נסמן את כוח הדחייה החשמלי בין המטענים בהיותם במרחק r זה מזה ב – "F_r".
נחשב כוח זה באמצעות חוק קולון:

$$F_r = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{(5 \cdot 10^{-6})^2}{(10^{-10})^2} = 2.25 \cdot 10^{19} N$$

ב. מהמשוואה המתארת את כוח קולון ניתן לראות שהכוח פרופורציוני הפוך לריבוע המרחק. לכן:

$$F_{2r}=\frac{F_r}{4}=\frac{2.25\cdot10^{19}}{4}=5.625\cdot10^{18}N$$

$$F_{3r}=\frac{F_r}{9}=\frac{2.25\cdot10^{19}}{9}=2.5\cdot10^{18}N$$

4. נתון: $q_1=q_2=5\cdot10^{-9}C$, $r=0.1m$.

לפי חוק קולון:

$$F=K\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}=9\cdot10^9\frac{(5\cdot10^{-9})^2}{(0.1)^2}=2.25\cdot10^{-5}N$$

5. נתון: $q=5\mu C$.

א. נביע את q_x באמצעות חוק קולון ונציב את ערך הכוח הנתון בשאלה. כוח חשמלי שסימנו האלגברי שלילי, מבטא כוח משיכה.

$$F=k\frac{q\cdot q_x}{r^2}\quad\Rightarrow q_x=\frac{F\cdot r^2}{kq}$$

$$q_x=\frac{(-0.1)\cdot0.4^2}{9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-6}}=-3.55\cdot10^{-7}C=-0.355\mu C$$

ב. לפי השיקולים שהוצגו בסעיף א':

$$q_x=\frac{0.8\cdot0.2^2}{9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-6}}=7.11\cdot10^{-7}C=0.711\mu C$$

6. נתון: $q=-3nC$.

א. מספר האלקטרונים n שנוספו לכדור, מקיים את הקשר $q=nq_e$ (ראה תרגיל מס' 1). לכן:

$$n=\frac{q}{q_e}=\frac{-3\cdot10^{-9}}{-1.6\cdot10^{-19}}=1.875\cdot10^{10}$$

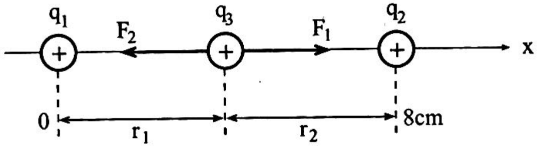
ב. לפי חוק קולון:

$$F=k\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}=9\cdot10^9\frac{(3\cdot10^{-9})^2}{(0.01)^2}=8.1\cdot10^{-4}N$$

7. נסמן ב-r_1 את המרחק בין המטענים q_1 ו-q_3 ונסמן ב-r_2 את המרחק בין המטענים q_2 ו-q_3. הכוחות החשמליים בין המטענים הם:

$$F_1=k\frac{q_1q_3}{(r_1)^2}\qquad F_2=k\frac{q_2q_3}{(r_2)^2}$$

א. במקרה זה $r_1=4cm$ ו-$r_2=4cm$, ראה איור.



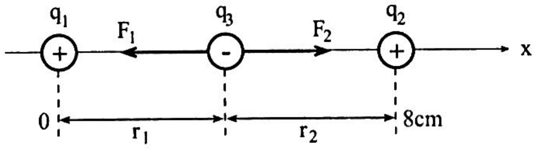
$$F_1=9\cdot10^9\frac{5\cdot10^{-9}\cdot2\cdot10^{-9}}{0.04^2}=5.625\cdot10^{-5}N$$

$$F_2=9\cdot10^9\frac{10\cdot10^{-9}\cdot2\cdot10^{-9}}{0.04^2}=11.25\cdot10^{-5}N$$

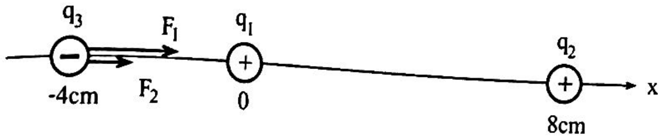
$$\sum F=F_1+F_2=5.625\cdot10^{-5}+\left(-11.25\cdot10^{-5}\right)=-5.625\cdot10^{-5}N$$

הכוח השקול הוא בכיוון השלילי של ציר x וגודלו $5.625\cdot10^{-5}N$.

ב. גם במקרה זה $r_1=4cm$ ו- $r_2=4cm$, לכן הערכים המוחלטים של הכוחות זהים לערכים שחישבנו בסעיף א' אלא שמגמתם הפוכה (בהשוואה למגמתם בסעיף א') לכן גודלו של הכוח השקול $\Sigma F=5.625\cdot10^{-5}N$ וכיוונו $+x$.



ג. במקרה זה, $r_1 = 4cm$ ו-$r_2 = 12cm$. על q_3 פועלים שני כוחות שכיוונם x+ (ראה איור) לכן גם הכוח השקול ΣF כיוונו x+.

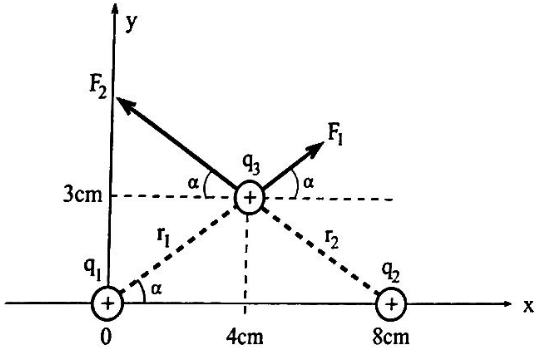


$$F_1 = 9\cdot 10^9 \frac{5\cdot 10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{0.04^2} = 5.625\cdot 10^{-5} N$$

$$F_2 = 9\cdot 10^9 \frac{10\cdot 10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{0.12^2} = 1.25\cdot 10^{-5} N$$

$$\sum F = F_1 + F_2 = 5.625\cdot 10^{-5} + 1.25\cdot 10^{-5} = 6.875\cdot 10^{-5} N$$

ד. כפי שניתן לראות באיור, ניתן לחשב את המרחקים r_1 ו-r_2 לפי משפט פיתגורס:



$$r_1 = r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5cm$$

בדומה לסעיפים הקודמים, מתקבל:

$$F_1 = 9\cdot 10^9 \frac{5\cdot 10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{0.05^2} = 3.6\cdot 10^{-5} N$$

$$F_2 = 9\cdot 10^9 \frac{10\cdot 10^{-9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{0.05^2} = 7.2\cdot 10^{-5} N$$

הכוחות F_1 ו-F_2 יוצרים זווית α עם ציר x. נחשב את $\sin\alpha$ ו- $\cos\alpha$:

$$\sin\alpha = \frac{3}{5} = 0.6 \quad ; \quad \cos\alpha = \frac{4}{5} = 0.8$$

נחשב את שקול הכוחות בכיוון x:

$$\sum F_x = F_2\cos\alpha + F_1\cos\alpha = (-7.2 + 3.6)\cdot 10^5 \cdot 0.8 = -2.88\cdot 10^{-5} N$$

נחשב את שקול הכוחות בכיוון y:

$$\sum F_y = F_2\sin\alpha + F_1\sin\alpha = (7.2 + 3.6)\cdot 10^5 \cdot 0.6 = 6.48\cdot 10^{-5} N$$

נמצא את הכוח השקול:

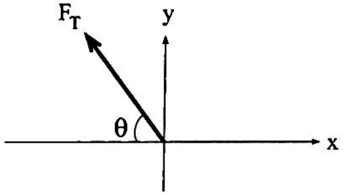
$$\sum F = \sqrt{\sum F_x^2 + \sum F_y^2} = \sqrt{(2.88\cdot 10^{-5})^2 + (6.48\cdot 10^{-5})^2} = 7.09\cdot 10^{-5} N$$

נחשב את הזווית θ בין הכוח השקול לציר האופקי:

$$\tan\theta = \frac{\left|\sum F_y\right|}{\left|\sum F_x\right|} = \frac{6.48\cdot 10^{-5}}{2.88\cdot 10^{-5}} = 2.25$$

$$\theta \approx 66.04°$$

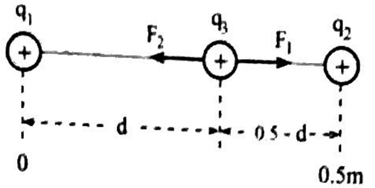
הכוח השקול $\vec{F}_T$ מכוון בזווית θ מעל ציר x– (ציר x השלילי) כמתואר באיור.



הערה: רצוי לצרף תמיד איור המגדיר באופן חד משמעי את כיוונו של הווקטור השקול המחושב.

.8

א. $q_1 = 5\mu C$, $q_2 = 2\mu C$ ו- $q_3 = 1\mu C$. המרחקים בין q_3 למטענים האחרים הם d ו- (0.5-d) כמתואר באיור.



נסמן F_1 ו-F_2 את הכוחות שהמטענים q_1 ו-q_2 מפעילים על q_3:

$$F_1 = k\frac{q_1 \cdot q_3}{d^2}$$

$$F_2 = k\frac{q_2 \cdot q_3}{(0.5-d)^2}$$

המטען q_3 נמצא בשיווי משקל כאשר הכוחות שווים בגודלם:

$$F_1 = F_2 \quad \Rightarrow \quad k\frac{q_1 \cdot q_3}{d^2} = k\frac{q_2 \cdot q_3}{(0.5-d)^2}$$

$$\frac{q_1}{d^2} = \frac{q_2}{(0.5-d)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{0.5-d}{d} = \pm\sqrt{\frac{q_2}{q_1}} =$$

$$= \pm\sqrt{\frac{2}{5}} = \pm 0.632$$

$$d_1 = 1.36m \quad ; \quad d_2 = 0.306m$$

רק התוצאה $d_2 = 0.306m$ יכולה להתאים כי $d \le 0.5m$.

ב. כפי שהתברר בפתרון בסעיף א', q_3 "הצטמצם", כלומר הפתרון שהתקבל נכון לכל q.

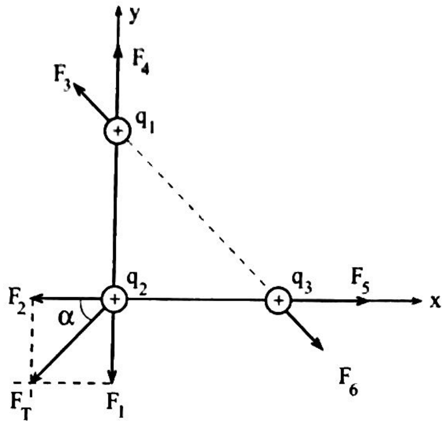
לסיכום: $d = 0.306m$.

.9

א. כפי שהוסבר בפתרון לשאלות 1 ו-2 לאחר שהכדורים הופרדו, מטען כל אחד מהכדורים זהה וגודלו:

$$q = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3} = \frac{(8+12+4)\cdot 10^{-9}}{3} = 8\cdot 10^{-9}C$$

ב.



ג. משיקולי סימטריה, הכוחות F_1 ו-F_2 שווים בגודלם. לכן מתקיים:

$$F_1 = F_2 = k\frac{q \cdot q}{r^2} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot (8\cdot 10^{-9})^2}{(5\cdot 10^{-3})^2} = 2.3\cdot 10^{-2}N$$

השקול של הכוחות F_1 ו-F_2 מכוון בזווית של 45° לכל אחד מהכוחות וגודלו:

$$\sum F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(2.3\cdot 10^{-2})^2 + (2.3\cdot 10^{-2})^2} = 3.25\cdot 10^{-2}N$$

הכוח השקול מכוון בזווית של 45° מתחת לציר x-.

10. נתון: $q_e = -1.6\cdot10^{-19}C$, $q_p = +1.6\cdot10^{-19}C$, $r_0 = 0.5\cdot10^{-10}m$.

א. לפי חוק קולון:

$$F = k\frac{q_p\cdot q_e}{r^2} = 9\cdot10^9\frac{(1.6\cdot10^{-19})\cdot(1.6\cdot10^{-19})}{(0.5\cdot10^{-10})^2} = 9.216\cdot10^{-8}N$$

ב. האלקטרון נע בתנועה מעגלית בהשפעת הכוח המרכזי שחישבנו, לכן:

$$F = \frac{m_e v^2}{r_0} \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F\cdot r_0}{m_e}}$$

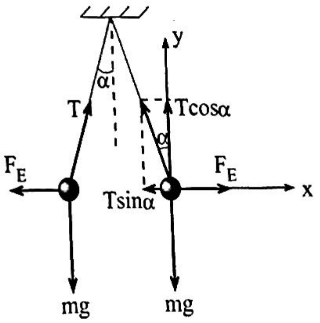
$$v = \sqrt{\frac{9.216\cdot10^{-8}\cdot0.5\cdot10^{-10}}{9.11\cdot10^{-31}}} = 2.25\cdot10^6 m/s$$

ג. נסמן ב-F_0 את הכוח בין הפרוטון לאלקטרון כשהמרחק ביניהם r_0, וב-F את הכוח כשהמרחק ביניהם r. לפי נתוני השאלה:

$$F_0 = k\frac{q_p\cdot e}{r_0^2} \quad ; \quad F = \frac{F_0}{100} = k\frac{q_p\cdot e}{(xr_0)^2} \quad \Rightarrow x = 10 \quad \Rightarrow r = 10r_0$$

11.

א.



ב.

- T, המתיחות המופעלת על ידי החוט;
- w = mg, מציין את כוח הכובד שכדור הארץ מפעיל על הכדור;
- F_E, כוח הדחייה החשמלי מופעל על ידי הכדור השני.

ג. כל אחד מהכדורים נמצא בשיווי משקל. לכן מתקיים:

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_E = T\sin\alpha$$
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = T\cos\alpha$$
$$\Rightarrow \frac{F_E}{mg} = \tan\alpha$$

נציב במשוואה האחרונה $F_E = k\frac{q^2}{r^2}$. מתקבל:

$$\frac{kq^2}{r^2mg} = \tan\alpha \quad \Rightarrow q = \sqrt{\frac{r^2mg\cdot\tan\alpha}{k}}$$

נחשב את המרחק r בין הכדורים: $r = 2\sin1° = 0.035m$ ונציב במשוואה האחרונה:

$$q = \sqrt{\frac{0.035^2\cdot5\cdot10^{-6}\cdot10\cdot\tan1°}{9\cdot10^9}} = 3.44\cdot10^{-10}C$$

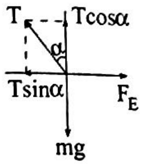
ד. על פי סעיף ג' מתקבל:

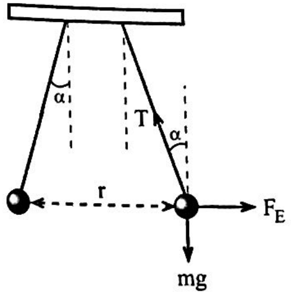
$$\frac{F_E}{mg} = \tan\alpha = \tan1° = 1.74\cdot10^{-2}$$

.12

א. פתרון שאלה זו דומה לפתרון שאלה 11. נחשב תחילה את המרחק r בין הכדורים ונישם את השיקולים מהפתרון הקודם:

$$r = 0.08 + 2l\sin\alpha = 0.08 + 2\cdot 0.8\cdot \sin 0.5° = 0.094m$$





$$\sum F_x = 0 \;\Rightarrow\; F_E = T\sin\alpha$$

$$\sum F_y = 0 \;\Rightarrow\; mg = T\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{F_E}{mg} = \tan\alpha \;\Rightarrow\; \frac{kq^2}{r^2 mg} = \tan\alpha$$

$$q = \sqrt{\frac{r^2 mg\cdot\tan\alpha}{k}} = \sqrt{\frac{0.094^2\cdot10^{-3}\cdot10\cdot\tan 0.5°}{9\cdot10^9}} = 9.26\cdot10^{-9}C$$

ב. $q = ne \;\Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{9.26\cdot10^{-9}}{1.6\cdot10^{-19}} = 5.785\cdot10^{10}$

13. נניח שמסת מטבע של 5 ₪ היא כ- 10g[2]. (כמובן ניתן לשקול מטבע במדויק במאזניים, אך הערכה זו תספיק לצרכי התרגיל). לפי הנחה זו, המטבע מכיל $10/56 \approx 0.18$ מול אטומי ברזל - ראה הסבר מתומצת למושג "מול" בספר הלימוד, בשאלה זו.

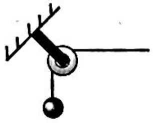
מספר אטומי הברזל במטבע $0.18\cdot6.02\cdot10^{23} \approx 10^{23}$.

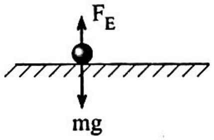
בכל אטום ברזל יש 26 פרוטונים ו- 26 אלקטרונים.

לכן מספרם של האלקטרונים במטבע הוא כ- $26\cdot10^{23} = 2.6\cdot10^{24} \approx$

.14

א. כאשר הכדורים נמצאים במרחק 30cm זה מזה, כוח המשיכה החשמלי ביניהם משתווה לכוח הכובד שפועל על הכדור המונח על השולחן, לכן:





$$\frac{kq^2}{r^2} = mg \;\Rightarrow m = \frac{kq^2}{r^2 g} = \frac{9\cdot10^9\cdot\left(5\cdot10^{-6}\right)^2}{0.3^2\cdot10} = 0.25kg$$

ב. הכוח החשמלי גדל ככל שהכדורים מתקרבים זה לזה, בעוד שבקנה המידה של "המעבדה" כוח הכובד נשאר למעשה, קבוע. לפיכך, מהרגע שהכדור עזב את השולחן תאוצתו הולכת וגדלה.

[2] בפועל, מסת מטבע של 5 ש"ח היא 8.2 גרם.

.15

א. מטענו של חלקיק α כמטען שני פרוטונים, $+2\cdot1.6\cdot10^{-19} = +3.2\cdot10^{-19}C$. האלקטרון נע בתנועה מעגלית סביב חלקיק ה-α. (הערה: חלקיק ה-α קטן מימדים יחסית למרחקו מהאלקטרון, על כן הוא ייחשב כנקודתי). לכן, בדומה לשיקולים שהוצגו בפתרון תרגיל 10, מתקיים:

$$F=\frac{m_e v^2}{r} \quad\Rightarrow\quad k\frac{q_\alpha\cdot q_e}{r^2}=\frac{m_e v^2}{r}$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{k\frac{q_\alpha\cdot q_e}{m_e\cdot r}}=\sqrt{\frac{9\cdot10^9\cdot3.2\cdot10^{-19}\cdot1.6\cdot10^{-19}}{9.11\cdot10^{-31}\cdot5\cdot10^{-10}}}=10^6\, m/s$$

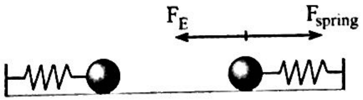
ב. האלקטרון וחלקיק ה-α נמשכים זה לזה על ידי הכוחות החשמליים הפועלים ביניהם. כוחות אלה הם צמד פעולה-תגובה לכן, לפי החוק השני של ניוטון, לכל אחד מהחלקיקים המוזכרים מתקיים:

$$\sum F = m_\alpha\cdot a_\alpha = m_e\cdot a_e$$

$$\frac{a_e}{a_\alpha}=\frac{m_\alpha}{m_e}=\frac{4\cdot1.67\cdot10^{-27}}{9.11\cdot10^{-31}}\approx7.33\cdot10^3$$

.16

א. כוחות המשיכה החשמליים F_E הפועלים בין הכדורים שווים בגודלם ומנוגדים בכיוונם, כי הם צמד פעולה-תגובה. על כל אחד מהכדורים פועל כוח חשמלי וכוח נגדי המופעל עליו על ידי הקפיץ F_{spring}:



$$k_{sp1}\Delta l_1 = F_{E1}$$
$$k_{sp2}\Delta l_2 = F_{E2}$$

הכוחות החשמליים שווים ביניהם, לכן:

$$k_{sp1}\Delta l_1 = k_{sp2}\Delta l_2$$

היות שהקפיצים זהים, $k_{sp1}=k_{sp2}$. ולכן, $\Delta l_1=\Delta l_2$, כלומר הם נמתחים במידה שווה.

ב. נבטא את הכוח החשמלי הפועל על אחד הכדורים. הכדור נמצא בשיווי משקל (במצב התמדה). לכן כוח זה שווה בגודלו לכוח שמפעיל עליו הקפיץ. כל קפיץ התארך ב- $\Delta l = 3cm$.

$$F = k\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}=k_{sp}\cdot\Delta l$$

$$\Rightarrow k_{sp}=k\frac{q_1\cdot q_2}{\Delta l\cdot r^2}=\frac{9\cdot10^9\cdot0.2\cdot10^{-6}\cdot0.1\cdot10^{-6}}{0.03\cdot0.04^2}=3.75\, N/m$$

ג. במקרה זה, $r = 0.02m$, $\Delta l = 0.04m$, $|q_1|=|q_2|$. נציב את נתוני הסעיף הזה במשוואה שפותחה בסעיף הקודם:

$$k\frac{q^2}{r^2}=k_{sp}\cdot\Delta l$$

$$q=\sqrt{\frac{k_{sp}\cdot\Delta l\cdot r^2}{k}}=\sqrt{\frac{3.75\cdot0.04\cdot0.02^2}{9\cdot10^9}}=8.165\cdot10^{-8}C$$

.17

ג. השטח מתחת לגרף מייצג את העבודה של הכוחות החשמליים בעת שהמטענים מתרחקים זה מזה. אם מקבעים את אחד המטענים, עבודה זו שווה בגודלה לשינוי באנרגיה הקינטית של המטען הנע.

ו. תאוצתו של המטען הנע הולכת וקטנה, כי כוח הדחייה בין המטענים נחלש עם המרחק.

2.3 הקדמה לפרקים

דגשים מתוך הסילבוס החדש

הזרם החשמלי ועוצמת הזרם החשמלי [1] (2 שעות)

א. הזרם החשמלי הוא מושג המתאר מטענים חשמליים המצויים בתנועה מכוונת. בכל מקרה שבו מטען חשמלי עבר מגוף אחד לגוף אחר, אנו אומרים כי זָרַם זֶרֶם חשמלי.

ב. תופעת הזרם החשמלי מוסברת באמצעות מושגים שיוסברו בפרקים 4 ו-5. מושגים אלה הם השדה החשמלי והפוטנציאל החשמלי. בספר זה המושג "הפרש הפוטנציאלים" מוצג באנלוגיה להפרש לחצים בזרימת זורמים. למשל, מים זורמים מלחץ גבוה לנמוך והזרם החשמלי מפוטנציאל גבוה לנמוך. בסוללה קיים מנגנון ההופך אנרגיה כימית לאנרגיה חשמלית, והוא הגורם להעברת מטענים מפוטנציאל גבוה לנמוך.

ג. מומלץ להביא את הביטוי $I = nqvA$ כדי לחזק את הקשר בין המודל המיקרוסקופי למודל המקרוסקופי. חשוב להדגיש את ההבדל שבין "מהירות הסחיפה" לעוצמת הזרם.

ד. עוצמת הזרם מוגדרת באמצעות הביטוי $I = dq/dt$. שיפוע הגרף $q(t)$ מייצג את עוצמת הזרם, ואילו השטח מתחת לגרף של עוצמת הזרם כתלות בזמן, $I(t)$, מייצג את כמות המטען.

ה. בעזרת תיאור גרפי של עוצמת הזרם כתלות בזמן ניתן לדון במושגים זרם ישר, זרם קבוע, זרם משתנה וזרם חילופין.

ו. תופעות נלוות לזרם חשמלי: התחממות מוליך, פירוק תמיסה אלקטרוליטית, סטיית מחט מצפן. עוצמתן של כל התופעות הנ"ל תלויה בעוצמת הזרם.

ז. זרם חשמלי במוליך הוא תוצאה של תנועת אלקטרונים, ואילו בתמיסות, הוא תוצאה של תנועת יונים.

המתח החשמלי וחוק אוהם (2 שעות)

א. רצוי להדגים את הקשר בין המתח לזרם בניסוי. קיומו של זרם חשמלי מעיד על הפרש פוטנציאלים. רצוי להדגיש שהמתח בין קצות מוליך הוא הגורם לזרם. לעתים תלמידים מניחים שהזרם הוא הגורם ליצירת המתח על פני המוליך.

ב. הנגד הופך אנרגיה חשמלית לחום.

ג. המתח על הנגד הוא עבודת הכוחות החשמליים ליחידת מטען העובר דרך הנגד.

[1] מספרי השעות המופיעים כאן לקוחים מהסילבוס

התנגדות (2 שעות)

א. ההתנגדות תלויה בגורמים גיאומטריים (אורך המוליך ושטח החתך) ובסוג החומר.

ב. נגד משתנה הוא יישום של אפשרות שינוי התכונות הגיאומטריות.

ג. חיבור ריאוסטטי ופוטנציומטרי של נגד משתנה.

כא"מ ומתח הדקים (3 שעות)

א. יש להתייחס למושג 'כא"מ' בהיבט האנרגטי: האנרגיה החשמלית שסוללה מעניקה ליחידת מטען העובר דרכה. (רבים מפרשים את ראשי התיבות כא"מ: כמות אנרגיה ליחידת מטען).

ב. אפשר למדוד כא"מ באמצעות וולטמטר אידאלי או בעזרת אלקטרומטר.

ג. יש להדגיש שכא"מ והתנגדות פנימית הם גדלים אופייניים וקבועים של מקור המתח, אך מתח ההדקים הוא פונקציה של עוצמת הזרם במעגל.

הספק ואנרגיה במעגל החשמלי, נצילות (3 שעות)

א. האנרגיה החשמלית היא אחד מסוגי האנרגיה השונים.

ב. יש לדון בדוגמאות של המרות אנרגיה בהן מעורבת אנרגיה חשמלית.

ג. מושג ההספק: האנרגיה ליחידת זמן.

ד. ההספק הרשום על מכשיר חשמלי מציין את הספקו בתנאי שהוא מופעל במתח הרשום עליו.

ה. יש לדון ביחידת האנרגיה החשמלית המקובלת במדידת האנרגיה הנצרכת במשק החשמל, "הקילוווט-שעה", kWh.

ו. מומלץ לדון בתלות הנצילות בהתנגדות הפנימית והחיצונית של המעגל החשמלי.

ז. ניתן לדון ביתרון שבהעברת אנרגיה למרחק, במתח גבוה ובזרם נמוך.

מעגלים חשמליים (7 שעות)

א. משמעות המושג התנגדות שקולה.

ב. חיבור מקורות במקביל - רק למקורות זהים.

ג. ויסות מתח וזרם, דיון בחיבור פוטנציומטרי וריאוסטטי.

ד. חוקי קירכהוף לשני צמתים ושני מקורות בלבד.

ה. חוקי קירכהוף כמקרים פרטיים של חוק שימור המטען ("חוק הצומת") ושל חוק שימור האנרגיה ("חוק העניבה", או "חוק המסלול הסגור").

מכשירי מדידה (1 שעה)

א. יש לציין את הדרישות ממכשיר מדידה אידאלי.

ב. יש לדון באופן חיבור המכשירים למעגל. דיון עקרוני (ללא חישובים) בחיבור מכשירים שאינם אידאליים והשפעתם על המעגל.

ג. אין צורך לדון בשינוי של תחומי המדידה.

טבלת שעות הוראה[2]

הנושא:	שעות
הזרם החשמלי ועוצמת הזרם החשמלי	2
המתח החשמלי וחוק אוהם	2
התנגדות	2
כא"מ ומתח הדקים	3
הספק ואנרגיה במעגל החשמלי, נצילות	3
מעגלים חשמליים	7
מכשירי מדידה	1
סה"כ שעות	**20**

[2] צוטט מהסילבוס

פרק 2 – הזרם החשמלי

1. לצורך ההערכה, נניח שכוס מים מתמלאת בשלוש שניות. נפח הכוס V הינו 250ml. במקרה זה, העוצמה הממוצעת של זרם המים בברז תהיה:

$$I = \frac{V}{\Delta t} = \frac{250ml}{3\sec} \approx 83.3\,ml/s = 8.33\cdot 10^{-2}\,l/s$$

2. מים זורמים ממקום גבוה למקום נמוך או מאזור בו הלחץ גבוה לאזור של לחץ נמוך.

3.

א. עוצמת הזרם הממוצעת במשאבת התדלוק היא:

$$I = \frac{\Delta V(liter)}{\Delta t(s)} = \frac{45}{2\cdot 60} = 0.375\; l/s$$

ב. סביר להניח שעוצמת הזרם משתנה. בדומה למכונית הנוסעת ממנוחה ושוב נעצרת, מהירותה הממוצעת ניתנת על ידי $v = \Delta x/\Delta t$, גם כאן, הערך 0.375 *liter/sec* מייצג את הערך הממוצע של עוצמת זרם הדלק.

4. אנו מניחים ש-10 בקבוקים מתמלאים בו זמנית. לכן:

א. בקבוק מתמלא ב-3 שניות, לכן: $I = 1.5/3 = 0.5$ *l/s*.

ב. בצינור הראשי עוצמת הזרם הינה: $I = 10\cdot 0.5 = 5$ *l/s*.

ג. קצב התרוקנות המיכל זהה לקצב מילוי הבקבוקים: 5 *l/s*.

5.

א. $\frac{480}{30} = 16l$

ב. $\frac{16}{24} = \frac{2}{3} \approx 0.67l$

ג. כל כמות שנצרכת עוברת דרך שעון המים, לכן בשעון עברו 16 *l* מים ביממה.

ד. $$\frac{2l}{3(3600s)} = 1.85\cdot10^{-4}\ l/s$$

ה. לא ניתן לדעת זאת בוודאות. ייתכן למשל שהיו הפסקות מים.

6. עוצמת הזרם החשמלי היא כמות המטען החשמלי העוברת דרך חתך הרוחב של מוליך ביחידת זמן.

7. אם דרך חתך הרוחב של מוליך עובר מטען חשמלי של 1C במשך שנייה אחת, אז עוצמת הזרם היא 1A.

8. כדי שמטען חשמלי יזרום ממקום למקום במוליך, בין מקומות אלה צריך להתקיים הפרש פוטנציאלים.

9. לפי הגדרת עוצמת הזרם, מתקיים:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10C}{50s} = 0.2A$$

10.

א. מספר האלקטרונים שעוברים דרך הנורה בשנייה אחת הוא:

$$n = \frac{q}{e} = \frac{I\Delta t}{e} = \frac{0.5\cdot1}{1.6\cdot10^{-19}} = 3.125\cdot10^{18}$$

ב. נחשב את כמות המטען העובר בנורה במשך חצי שעה:

$$q = I\cdot t = 0.5\cdot1800 = 900C$$

11.

א. בהתנעה של 2 שניות, במתנע עובר מטען בשיעור $q_1 = 25\cdot2 = 50C$, ובהתנעה של 3 שניות עובר מטען בשיעור $q_2 = 25\cdot3 = 75C$. לפיכך, כמות המטען העוברת במתנע נמצאת בתחום 50C - 75C.

ב. מספר האלקטרונים שעברו במתנע בכל אחת מההתנעות:

$$n_1 = \frac{q_1}{\bar{e}} = \frac{50}{1.6\cdot10^{-19}} = 3.125\cdot10^{20}$$

$$n_2 = \frac{q_2}{\bar{e}} = \frac{75}{1.6\cdot10^{-19}} = 4.7\cdot10^{20}$$

12.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta q}{I} = \frac{5}{0.1} = 50s$$

13. נניח ש- $V_a > V_b$. לפי הנחה זו, כאשר יחידת מטען חיובי (+1C) מועברת מהנקודה a לנקודה b, עבודת הכוחות החשמליים מעניקה למטען אנרגיה של 10J. לחילופין, אם מטען זה מועבר על ידי כוחות חיצוניים מנקודה b לנקודה a, כוחות אלה מבצעים עבודה בשיעור 10J כנגד הכוחות החשמליים.

14.

א. $E_{nergy} = \Delta V\cdot q = 5\cdot0.1 = 0.5J$

ב. $E_{nergy} = \Delta V\cdot q = \Delta V\cdot I\Delta t = 5\cdot2\cdot1800 = 1.8\cdot10^4J$

15.

א. $E_{nergy} = \Delta V\cdot q = 24q$

ב. $E_{nergy} = \Delta V\cdot q = 24I\Delta t$

16.

א. $E_{nergy} = \Delta V\cdot q = \Delta vI\Delta t = 12\cdot2.4\cdot60 = 1728J$

ב. נחשב את האנרגיה במשך שנייה אחת:

$$\frac{E}{\Delta t} = \frac{1728}{60} = 28.8J/s$$

הערה: כמות האנרגיה המסופקת או הנצרכת ביחידת זמן נקראת "הספק". ההספק מסומן באות "P" ויחידותיו הן J/s ≡ Watt. (סימון יחידת הוואט הוא "W").

.17

א. מהירות הסחיפה היא המהירות הממוצעת בה מתקדמים נושאי המטען (במקרה זה האלקטרונים החופשיים) לאורך מוליך. סימונה של מהירות הסחיפה הוא v_d.

ב.

$$I = nev_d A \quad \Rightarrow \quad v_d = \frac{I}{neA}$$

$$v_d = \frac{8}{5\cdot10^{28}\cdot1.6\cdot10^{-19}\cdot2\cdot10^{-6}} = 5\cdot10^{-4}\,m/s$$

כדאי לזכור: מהירות הסחיפה במוליכים היא קטנה.

.18

א. משך הזמן שזָרַם בו זרם: $\Delta t = 75\text{min} = 4500\text{s}$. נחשב את עוצמת הזרם:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{90}{4500} = 0.02A$$

ב. מהירות הסחיפה ניתנת על ידי הביטוי:

$$v_d = \frac{I}{n\bar{e}A}$$

נחשב את הגדלים n ו-A ביחידות SI ונציב אותם בביטוי האחרון:

$$A = \pi\cdot r^2 = \pi\cdot\left(\frac{10^{-3}}{2}\right)^2 = 7.85\cdot10^{-7}\,m^2$$

$$n = \frac{5.8\cdot10^{22}}{(cm)^3} = \frac{5.8\cdot10^{22}}{(10^{-2})^3} = \frac{5.8\cdot10^{28}}{m^3}$$

$$v_d = \frac{I}{n\bar{e}A} = \frac{0.02}{5.8\cdot10^{28}\cdot1.6\cdot10^{-19}\cdot7.85\cdot10^{-7}} = 2.7\cdot10^{-6}\,m/s$$

.19

א. לפי חוק אוהם: $I = \Delta V/R = 8/50 = 0.16A$

ב. $E_{nergy} = \Delta Vq = VIt = 8\cdot0.16\cdot1 = 1.28J$

ג. $E_{nergy} = \Delta Vq = VIt = 8\cdot0.16\cdot600 = 768J$

הערה: בהמשך נסמן מתח ב-V.

.20 נסמן את ערכי המתח והזרם הנתונים: $I_0 = 2A$; $V_0 = 10Volt$

לפי חוק אוהם:

$$I = \frac{V}{R} \quad \Rightarrow \quad I \propto V$$

כלומר, עבור נגד נתון, עוצמת הזרם פרופורציונית למתח על הנגד.

א. אם המתח על פני הנגד מוכפל, הזרם דרכו מוכפל אף הוא, כלומר $I = 4A$; אם המתח מוגדל פי 10, גם הזרם דרך הנגד גדל פי 10 וערכו יהיה $I = 10I_0 = 20A$.

ב.

$I = 10A = 5I_0$, לכן $V = 5V_0 = 50Volt$

$I = 0.1A = I_0/20$ לכן $V = V_0/20 = 10/20 = 0.5V$

.21 לפי הקשר:

$$R = \rho\frac{L}{A}$$

ניתן לראות שהגורמים המשפיעים על התנגדותו של מוליך הם:

- סוג החומר ממנו עשוי המוליך – מיוצג על ידי ההתנגדות הסגולית ρ;
- אורך המוליך L – ההתנגדות היא ביחס ישר לאורך המוליך;
- שטח החתך של המוליך A – ההתנגדות היא ביחס הפוך לשטח החתך של המוליך.

22. נתון: $L = 100m$, $r = 1mm$, $\rho = 4.8\cdot10^{-8}\Omega m$.

א. תחילה נחשב את שטח החתך של המוליך ביחידות SI:

$$A = \pi r^2 = \pi\left(10^{-3}\right)^2 = 3.14\cdot10^{-6}m^2$$

$$R = \rho\frac{L}{A} = 4.8\cdot10^{-8}\frac{100}{3.14\cdot10^{-6}} = 1.53\Omega$$

ב. התנגדותה של מחצית המוליך היא $R/2 = 1.53/2 = 0.77\Omega$.

ג. אם נכנה את המידות המקוריות של המוליך L_0 ו- A_0, יהיה אורכו החדש של המוליך לאחר התכתו $L_0/2$ ושטח החתך שלו $2A_0$ (כי נפח המוליך אינו משתנה!). לכן:

$$R = \rho\frac{L}{A} = \rho\frac{L_0/2}{2A_0} = \rho\frac{L_0}{4A_0} = \frac{R_0}{4} = \frac{1.53}{4} = 0.38\Omega$$

23. נתון: $L = 500m$, $A = 0.05cm^2 = 0.05\cdot10^{-4}m^2$, $R = 2\Omega$.

יש למצוא את ערכו של ρ.

$$R = \rho\frac{L}{A} \quad \Rightarrow \rho = \frac{RA}{L} = \frac{2\cdot0.05\cdot10^{-4}}{500} = 2\cdot10^{-8}\Omega m$$

24.

א. התנגדותו של תייל בודד:

$$R = \rho\frac{L}{A} = \frac{1.7\cdot10^{-8}\cdot0.5}{\pi\cdot0.001^2} = 2.7\cdot10^{-3}\Omega$$

התנגדותם של שני תיילים שחוברו זה לזה (בטור) היא $2R = 5.4\cdot10^{-3}\Omega$.

ב. $V = IR = 0.4\cdot20 = 8Volt$

ג. $V = IR = 0.4\cdot2.7\cdot10^{-3} = 1.08\cdot10^{-3}Volt$

ד. התנגדותם של תיילי הנחושת במעגל זה קטנה ב-4 סדרי גודל מהתנגדות הנגד R. על כן התנגדותם ניתנת להזנחה.

הערה: זוהי המשמעות המעשית של הטענה "תיילים אידיאליים".

25. נסמן ב-R_1 ו-R_2 את התנגדות תייל האלומיניום ואת התנגדות תייל הנחושת בהתאמה.

$$R_1 = \rho_1\frac{L}{A_1};$$

$$R_2 = \rho_2\frac{L}{A_2}$$

התנגדויות התיילים שוות. נציב עבור שטח החתך של כל תייל $A = \pi r^2$:

$$R_1 = R_2 = \rho_1\frac{L}{\pi r_1^2} = \rho_2\frac{L}{\pi r_2^2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_2}} = \sqrt{2.82/1.7} = 1.3$$

26. ההתנגדות של קטע מוליך שאורכו 8km: $R = 0.813\cdot8\cdot10^3 = 6504\Omega$

לפי חוק אוהם, המתח על קטע מוליך זה: $\Delta V = IR = 30\cdot6504 = 195120Volt$

א. הפוטנציאל במורד הזרם: $\Delta V = 250 - 195120 = -194870Volt$

ב. הפוטנציאל במעלה הזרם: $\Delta V = 250 + 195120 = +195370Volt$

27. משלמים עבור האנרגיה הנצרכת.

28. נתייחס אל הנורות כאל נגדים. הביטוי לחישוב ההספק של נגד:

$$P = IV = \frac{V^2}{R} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{P_1}{P_2} = \frac{V^2/R_1}{V^2/R_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

כפי שניתן לראות בביטוי האחרון, יחס הספקי הנורות הפוך ליחס התנגדויותיהן. לפיכך התנגדות הנורה שהספקה 75W גדולה יותר.

29. ההספק המתפתח בכבל המאריך ניתן על ידי הביטוי $P = I^2R$. כבל מאריך שהתנגדותו גדולה (חוטים דקים מדי) יתחמם יתר על המידה, בידודו יינזק ועלול להיווצר מגע בין החוטים. התופעה מכונה "קצר". במצב זה עוצמת הזרם דרך הסוללה (או הספק) ודרך הכבל גדולה מאוד.

30. נתון: $I = 0.1A$; $\varepsilon = 9V$.

התנגדות גוף החימום: $R = V/I = 9/0.1 = 90\Omega$

הספק החום הנוצר: $P = I^2R = 0.1^2 \cdot 90 = 0.9W$

31.

א. כל אחת מנורות המכונית מתוכננת לפעול במתח של 12V, לכן:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{V^2}{P}$$

$$R_1 = \frac{V^2}{P_1} = \frac{12^2}{50} = 2.88\Omega$$

$$R_2 = \frac{V^2}{P_2} = \frac{12^2}{40} = 3.6\Omega$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{2.88\Omega}{3.6\Omega} = 0.8$$

ב. את יחס ההספקים נחשב על פי הנתונים:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{50}{40} = 1.25$$

ג. כפי שראינו גם בתרגיל 28, יחס הספקי הנורות הפוך ליחס התנגדויותיהן, כלומר:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

32.

א. נתון: מתח המצבר 12V; הספק המצת $P = 48W$.

$$P = IV \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{V} = \frac{48}{12} = 4A$$

ב. את התנגדות גוף החימום נחשב לפי חוק אוהם:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{12}{4} = 3\Omega$$

33.

א. נחשב את עוצמת הזרם בטוסטר:

$$P = IV \quad \Rightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{1000}{220} = 4.5A$$

ב. האנרגיה הדרושה להכנת טוסט:

$$E_{nergy} = Pt = 1000 \cdot 4 \cdot 60 = 2.4 \cdot 10^5 J$$

34. נתון: $R = 19.36\Omega$; $V = 220Volt$.

א. $I = V/R = 220/19.36 = 11.36A$

ב. לכל כוס קפה נחוץ זמן חימום של 2 דקות, לכן האנרגיה הדרושה להכנת כוס קפה:

$$E_{nergy} = IVt = 11.36 \cdot 220 \cdot 120 = 3 \cdot 10^5 J$$

ג. במתח של 160V יהיה הזרם בקומקום: $I = V/R = 160/19.36 = 8.26A$

הספק החום המתפתח בגוף החימום של הקומקום: $P = IV = 8.26 \cdot 160 = 1322.3W$

האנרגיה הנדרשת להרתחת 4 כוסות מים $E_{nergy} = 4 \cdot 3 \cdot 10^5 = 12 \cdot 10^5 J$. לכן הזמן הדרוש להכנת 4 כוסות קפה:

$$t = \frac{E_{nergy}}{P} = \frac{12 \cdot 10^5}{1322.3} = 907.5s = 15.12\,min$$

35. נחשב את עוצמת הזרם בכל אחד מהמכשירים לפי הביטוי $I = P/V$:

א. $I_{\text{מכונת כביסה}} = 3000/220 = 13.64A$; $I_{TV} = 350/220 = 1.59A$

ב. במשך 100 שעות צפייה צורכת הטלוויזיה:

$$E_{[KWh]} = P_{[KW]}\cdot t_{[h]} = \frac{350}{1000}\cdot 100 = 35kWh$$

עלות הצריכה היא: $35\cdot 0.42 = 14.7$ ₪.

ג. באופן דומה עלות הפעלת מכונת הכביסה: ₪ $3\cdot 6\cdot 0.42 = 7.56$

36. נתון: $\varepsilon = 12V$, $r = 1\Omega$, $R = 5\Omega$.

א. עוצמת הזרם במעגל היא:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{12}{5+1}=2A$$

קצב חילוף האנרגיה הכימית לחשמלית ניתן על ידי הביטוי:

$$P=\varepsilon\cdot I=12\cdot 2=24J/s$$

ב. קצב התהוות החום בנגד הוא:

$$P=I^2\cdot R=2^2\cdot 5=20J/s$$

ג. קצב התהוות החום בסוללה הוא:

$$P=I^2\cdot r=2^2\cdot 1=4J/s$$

ד. "נצילות" היא היחס בין האנרגיה המופקת (המועילה) לבין האנרגיה הכוללת המושקעת במעגל (או במכשיר) החשמלי.

ה. הנצילות במעגל זה היא היחס בין האנרגיה המתפתחת בנגד החיצוני R לבין האנרגיה הכוללת המסופקת על ידי הסוללה.

$$\eta=\frac{20}{24}=0.833=83.3\%$$

הערה: ההספק הוא קצב המרת האנרגיה, לכן הנצילות היא גם יחס ההספקים.

37. נתון: $\varepsilon = 12V$, $r = 0.24\ \Omega$ עוצמת זרם בהתנעה $I = 30A$.

א. נסמן את מתח הדקי המצבר בעת התנעה V_{ab}:

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir = 12 - 30\cdot 0.24 = 4.8Volt$$

ב. הנצילות בזמן התנעה:

$$\eta=\frac{V_{ab}It}{\varepsilon It}=\frac{V_{ab}}{\varepsilon}=\frac{4.8}{12}=0.4=40\%$$

ג. זרם הקצר:

$$I=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{12}{0.24}=50A$$

ד. הזמן המכסימלי של פעולת המצבר במצב של קצר:

$$q = It = \quad \Rightarrow t=\frac{q}{I}=\frac{24\cdot 3600}{50}=1728s\approx 29\min$$

ה. האנרגיה החשמלית האגורה במצבר:

$$E_{nergy}=Vq=12\cdot 24\cdot 3600=1.04\cdot 10^6 J$$

ו. כאשר מקצרים מצבר הוא עלול להתחמם יתר על המידה וכתוצאה מכך להינזק.

38. נתון: $\varepsilon = 12V$, $r = 0.3\ \Omega$, $R = 3.7\Omega$.

<u>כאשר המתג פתוח</u>: עוצמת הזרם במעגל היא אפס , לכן:

א. $V_{ab} = \varepsilon - Ir = \varepsilon = 12Volt$

ב. לפי חוק אוהם, המתח על הנגד: $V = IR = 0$.

ג. המתח על המתג שווה בערכו למתח ההדקים של הסוללה, כלומר:

$V_{SW} = \varepsilon - Ir = \varepsilon = 12Volt$.

<u>זהירות-מכשלה</u>:

טעות נפוצה היא להניח שהמתח על המתג הוא אפס. טעות זו מקורה <u>ביישום שגוי</u> של חוק אוהם למתג:

$V = IR_{SW} = 0\cdot R_{SW}$. חוק אוהם תקף למוליך מתכתי אך אינו תקף לשתי נקודות מנותקות במעגל. המתג הפתוח מהווה נתק במעגל, כלומר במצב זה R_{SW} שואף לאינסוף.

ד. <u>כשהמתג סגור</u>, עוצמת הזרם במעגל היא:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{12}{3.7+0.3}=3A$$

1) במצב זה, מתח הדקי הסוללה הוא:

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir = \varepsilon = 12 - 3\cdot 0.3 = 11.1Volt$$

2) המתח על הנגד:

$$V_R = IR = 3\cdot 3.7 = 11.1Volt$$

כלל: במעגל פשוט המכיל נגד יחיד, כאשר המעגל סגור, המתח על הנגד שווה למתח ההדקים של הסוללה.

3) המתח על המתג: $V_{SW} = IR_{SW} = 0$. כשהמתג סגור, ניתן להתייחס אליו כאל קטע מוליך "אידיאלי" שהתנגדותו 0. מכאן שהמתח על פני המתג הוא אפס, כי $R_{SW} = 0$.

ה. כא"מ הסוללה אינו תלוי בעוצמת הזרם במעגל (או בסוללה). לכן $\varepsilon = 12V$.

ו. הנצילות היא היחס בין האנרגיה הנצרכת על ידי הצרכן לבין האנרגיה החשמלית שנוצרת בסוללה:

$$\eta=\frac{V_{ab}It}{\varepsilon It}=\frac{V_{ab}}{\varepsilon}=\frac{11.1}{12}=92.5\%$$

<u>כלל</u>: במעגל הפשוט, הנצילות היא היחס בין מתח הדקי הסוללה לכא"מ שלה. יש להיזהר ביישום כלל זה למעגלים שמכילים רכיבים נוספים (שייחשבו לפי העניין כ"צרכנים" או כ"מבזבזי" אנרגיה).

39.

א. כאשר הקצה הנייד יחובר לנקודה a, תהיה עוצמת הזרם מכסימלית וערכה כזרם הקצר. לכן:

$$I_{MAX}=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{1.5}{0.4}=3.75A$$

ב. כאשר הקצה הנייד מחובר לנקודה b, ערך הזרם מינימלי:

$$I_{MIN}=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{1.5}{100.4}\approx 1.5\cdot 10^{-2}A=15mA$$

ג. מהמשוואה לחישוב מתח ההדקים $V_{ab} = \varepsilon - Ir$ נובע שמתח ההדקים קטן ככל שעוצמת הזרם בסוללה גדלה, לכן הזזת הקצה הנייד שמאלה גורמת להקטנת מתח ההדקים.

ד. התנגדות הנגד ליחידת אורך היא: $\lambda = 100\Omega/0.5m = 200\Omega/m$.

ההתנגדות של קטע נגד שאורכו x מטרים ניתנת על ידי הביטוי $R = 200x$.

לכן:

$$I(x)=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{\varepsilon}{\lambda x+r}=\frac{1.5}{200x+0.4}$$

ה. נציב את הביטוי שקיבלנו בסעיף ד' בביטוי לחישוב מתח ההדקים:

$$V_{ab}=\varepsilon-Ir=\varepsilon-\left(\frac{\varepsilon}{200x+r}\right)r=\varepsilon\left(1-\frac{r}{200x+r}\right)$$

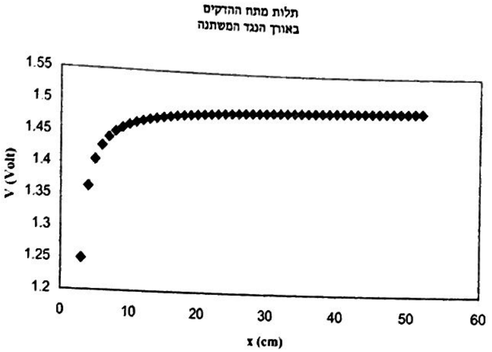
ו. אם $x\to 0$ אז $V_{ab}\to 0$; זהו מצב של קצר.

אם $x\to\infty$ אז $V_{ab}\to\varepsilon$; זהו מצב הדומה לנתק, מבחינה זו שגם כאשר $x\to\infty$ וגם כאשר המעגל מנותק, עוצמת הזרם במעגל היא אפס.

סיכום:

- כאשר סוללה מקוצרת, מתח ההדקים שלה מתאפס.
- כאשר סוללה מנותקת, מתח ההדקים שלה שווה לכא"מ הסוללה.

ז.



ח. נשווה את ערך הביטוי שהתקבל בסעיף ה' ל- 0.99ε :

$$V_{ab} = \varepsilon\left(1-\frac{r}{200x+r}\right) = 0.99\varepsilon$$

אחרי צמצום הכא"מ והצבת ההתנגדות הפנימית, פתרון המשוואה מניב את הערך

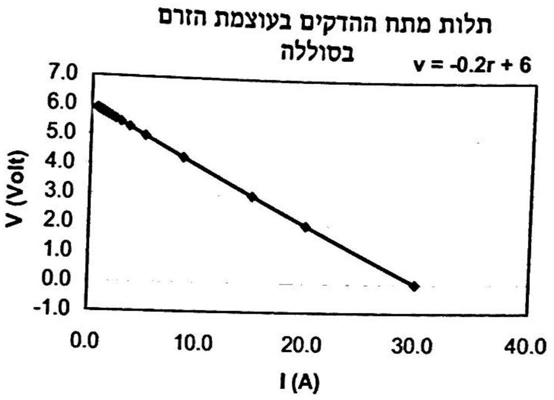
$$x \approx 0.2\text{m} = 20\text{cm}$$

40. נתון $\varepsilon = 6V$, $r = 0.2\Omega$:

א. הטבלה הבאה מכילה את התשובות לסעיפים א' + ב':

η = V/ε	V (Volt)	I (A)	R(Ω)
0.33	2.0	20.0	0.1
0.50	3.0	15.0	0.2
0.00	0.0	30.0	0
0.71	4.3	8.6	0.5
0.83	5.0	5.0	1
0.88	5.3	3.5	1.5
0.91	5.5	2.7	2
0.93	5.6	2.2	2.5
0.94	5.6	1.9	3
0.95	5.7	1.6	3.5
0.95	5.7	1.4	4
0.96	5.7	1.3	4.5
0.96	5.8	1.2	5
0.96	5.8	1.1	5.5
0.97	5.8	1.0	6
0.97	5.8	0.9	6.5
0.97	5.8	0.8	7
0.97	5.8	0.8	7.5
0.98	5.9	0.7	8
0.98	5.9	0.7	8.5
0.98	5.9	0.7	9
0.98	5.9	0.6	9.5
0.98	5.9	0.6	10
0.98	5.9	0.6	10.5
0.98	5.9	0.5	11
0.98	5.9	0.5	11.5
0.98	5.9	0.5	12
0.98	5.9	0.5	12.5
0.98	5.9	0.5	13
0.99	5.9	0.4	13.5
0.99	5.9	0.4	14
0.99	5.9	0.4	14.5
0.99	5.9	0.4	15

ב.



ג. גרף מתח ההדקים של הסוללה כתלות בזרם בה;
משוואת הגרף מייצגת את הקשר $V = \varepsilon - Ir$.

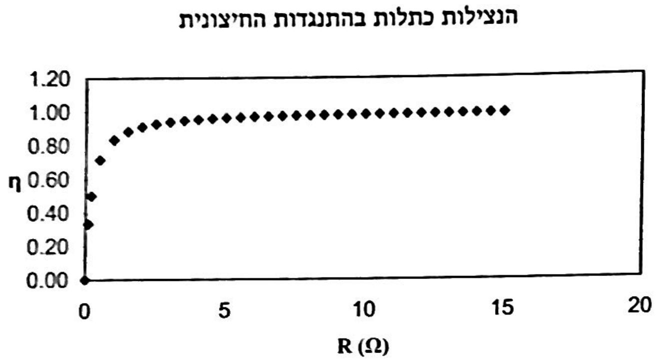
ד. ערך שיפוע הגרף שהוצג בסעיף ג' הוא -0.2Ω . על פי המשוואה $V = \varepsilon - Ir$, ערך זה הינו ערכו של הקבוע $(-r)$, כלומר ההתנגדות הפנימית של הסוללה הינה $r = 0.2\Omega$.

ה. זרם הקצר של הסוללה:

$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{6}{0.2} = 30A$$

זרם הקצר מיוצג בגרף על ידי נקודת החיתוך של הגרף עם הציר האופקי.

ו. לפי גרף הנצילות כתלות בהתנגדות, ניתן להסיק שערך הנצילות שואף ל-1 כאשר $R >> r$.



פרק 3 – מעגלי זרם

הקדמה:

בפרק הקודם למדנו אודות המעגל הפשוט המכיל סוללה בעלת כא"מ ε, התנגדות פנימית r ונגד יחיד R המייצג את הצרכן במעגל. פיתחנו את הביטוי:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

ביטוי זה מאפשר לחשב את עוצמת הזרם במעגל.

במערכות חשמל בבית או במכשירי חשמל, המעגל החשמלי מכיל בדרך כלל יותר מאשר נגד יחיד.

ההתנגדות השקולה של שני נגדים מחוברים בטור, מחושבת לפי הקשר:

$$R_T = R_1 + R_2$$

ההתנגדות השקולה של שני נגדים מחוברים במקביל, מחושבת על פי הקשר:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

כאשר יש במעגל יותר מנגד אחד, מחשבים תחילה את ההתנגדות השקולה R_T, ועוצמת הזרם דרך מקור המתח מחושבת במקרה זה לפי:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$$

<u>בחיבור בטור</u>:

ההתנגדות השקולה היא $R_T = \sum R_i$

עוצמת הזרם שווה בכל הרכיבים הטוריים $I_1 = I_2 = ... = I_n$

<u>בחיבור במקביל</u>:

בחיבור במקביל, ההתנגדות השקולה היא: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}$

המתח שווה על כל הרכיבים המחוברים במקביל: $V_1 = V_2 = ... = V_n$

יחס הזרמים הפוך ליחס ההתנגדויות: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

במקרים בהם לא ניתן לחשב את ההתנגדות השקולה של המעגל, יש להיעזר בחוקי קירכהוף.

חוקי קירכהוף:

א. חוק הצומת מבטא את חוק שימור המטען. סכום הזרמים הנכנסים לצומת שווה לסכום הזרמים היוצאים ממנו $I = I_1 + I_2$.

ב. חוק המסלול הסגור מבטא את חוק שימור האנרגיה במעגל חשמלי. סכום הפרשי הפוטנציאלים לאורך מסלול סגור הוא אפס, $\sum \varepsilon = \sum IR$ או $\sum \varepsilon - \sum IR = 0$.

פתרונות לתרגילים

רמה א'

1.

א. $R_T = 2\Omega + 4\Omega = 6\Omega$

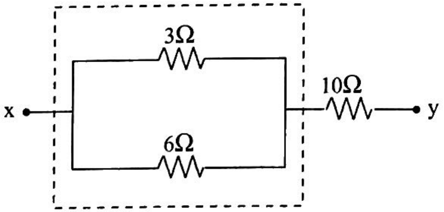
ב. $R_T = 2\Omega + 4\Omega + 3\Omega = 9\Omega$

ג. $R_T = R/2 = 4/2 = 2\Omega$

ד. בתרגיל זה נשתמש בביטוי:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 2.4\Omega$$

ה. נחשב תחילה את ערכם של שני הנגדים המחוברים במקביל:

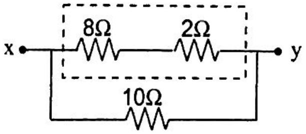


$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

המערכת המתקבלת מכילה עתה שני נגדים בני 2Ω ו-10Ω:

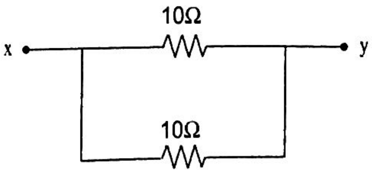
לכן, ההתנגדות השקולה הכוללת בין שתי הנקודות x ו-y היא 12Ω.

ו. תחילה נחשב את ההתנגדות השקולה לשני הנגדים המחוברים בטור:



$$8\Omega + 2\Omega = 10\Omega$$

המערכת המתקבלת מכילה עתה שני נגדים בני 10Ω המחוברים ביניהם במקביל:



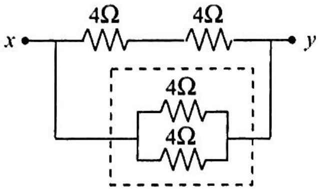
$$R_T = \frac{R \cdot R}{R+R} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5\Omega$$

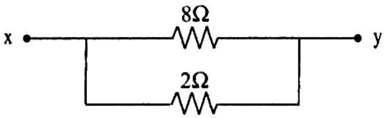
הכללה:

עבור n נגדים זהים R, המחוברים ביניהם במקביל, ההתנגדות השקולה היא $R_T = R/n$.

ז. הענף העליון מכיל שני נגדים מחוברים בטור. לכן, התנגדות של ענף זה היא $R = 4+4 = 8\Omega$.

ערכה של התנגדות הענף התחתון היא $R = 4/2 = 2\Omega$.





שני ענפים אלה מחוברים במקביל. לכן, התנגדותם השקולה היא:

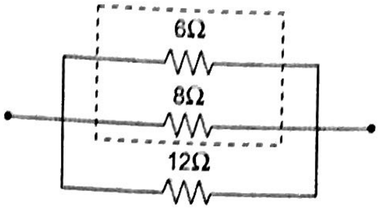
$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8 \cdot 2}{8+2} = 1.6\Omega$$

2. נתון: $R_1 = 6\Omega, R_2 = 8\Omega, R_3 = 12\Omega$.

א. כשהנגדים מחוברים בטור, התנגדותם השקולה היא:

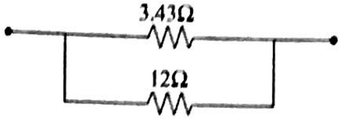
$$R_T = 6\Omega + 8\Omega + 12\Omega = 26\Omega$$

ב.



$$R_{1,2}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=\frac{6\cdot 8}{6+8}=3.43\Omega$$

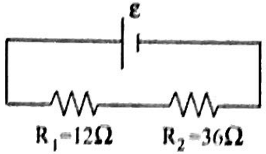
הנגד שהתקבל מחובר במקביל לנגד השלישי:



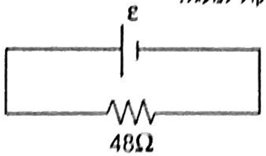
$$R_T=\frac{R_{1,2}\cdot R_3}{R_{1,2}+R_3}=\frac{3.43\cdot 12}{3.43+12}=2.67\Omega$$

3.

א. המעגל המתואר בשאלה:



ב. המעגל המתואר בשאלה שקול למעגל:



עוצמת הזרם במעגל היא:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{24}{48}=0.5A$$

המתח על פני כל אחד מהנגדים ניתן על ידי חוק אוהם:

$$V_1=IR_1=0.5\cdot 12=6V$$
$$V_2=IR_2=0.5\cdot 36=18V$$

ג. הספק החום בכל נגד הוא:

$$P=I^2R \Rightarrow P_1=0.5^2\cdot 12=3W \quad ; \quad P_2=0.5^2\cdot 36=9W$$

4. נתון: $I=2A$, $R_1=24\Omega$, $R_2=48\Omega$, $R_3=96\Omega$.
המתח על פני כל אחד מהנגדים מחושב לפי חוק אוהם:

$$V_1=IR_1=2\cdot 24=48V$$
$$V_2=IR_2=2\cdot 48=96V$$
$$V_3=IR_3=2\cdot 96=192V$$

5. המתח על כל אחד מהנגדים שווה למתח ההדקים של הסוללה, 24V. לפי חוק אוהם:

$$I_1=\frac{V}{R_1}=\frac{24}{24}=1A$$
$$I_2=\frac{V}{R_2}=\frac{24}{48}=0.5A$$
$$I_3=\frac{V}{R_3}=\frac{24}{96}=0.25A$$

6. נתון: $r = 0$, $I_2 = 0.6A$, $R_1 = 2.4\Omega$, $R_2 = 6\Omega$.

א. יחס הזרמים בשני הנגדים מקיים:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{0.6}=\frac{6}{2.4} \Rightarrow I_1=1.5A$$

ב. עוצמת הזרם בסוללה היא סכום הזרמים בנגדים:

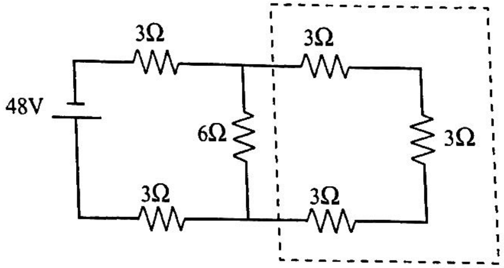
$$I=I_1+I_2=0.6+1.5=2.1A$$

ג. מתח ההדקים של הסוללה שווה למתח על כל אחד מהנגדים שחוברו אליה במקביל. לכן:

$$V=I_1R_1=1.5\cdot 2.4=3.6Volt$$

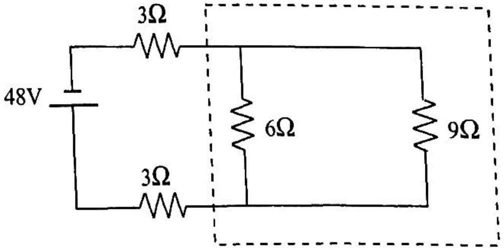
7.

א. במעגל א':



התנגדות שלושת הנגדים הטוריים המוקפים בקו מקווקו היא: $R = 3+3+3 = 9\Omega$.

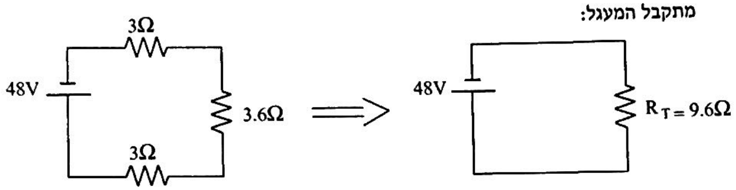
מתקבל המעגל:



שני הנגדים המוקפים בקו מקווקו מחוברים ביניהם במקביל, לכן התנגדותם היא:

$$R_T=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=\frac{6\cdot 9}{6+9}=3.6\Omega$$

מתקבל המעגל:

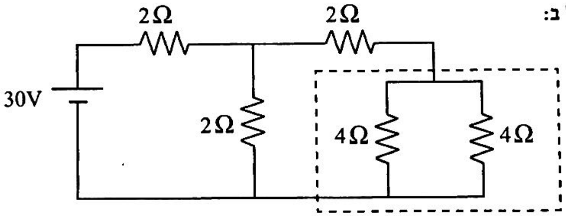


במעגל זה כל הנגדים מחוברים בטור; לכן, ערך ההתנגדות השקולה הוא 9.6Ω.

עוצמת הזרם בסוללה היא:

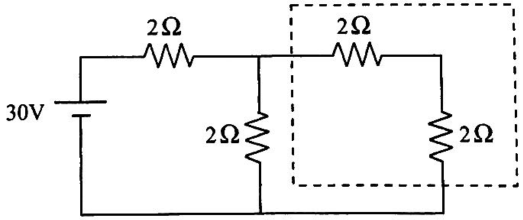
$$I=\frac{\varepsilon}{R_T}=\frac{48}{9.6}=5A$$

ב. במעגל ב:



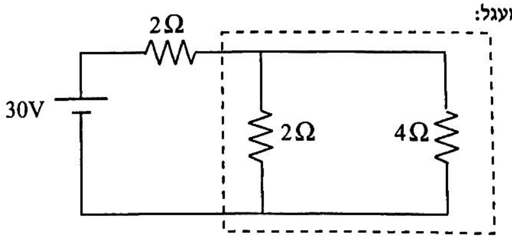
הנגדים המוקפים בקו מקווקו מחוברים במקביל והתנגדותם השקולה היא: $R = 4/2 = 2\Omega$.

מתקבל המעגל:



הנגדים המוקפים בקו מקווקו מחוברים בטור והתנגדותם השקולה היא: $R = 2+2 = 4\Omega$.

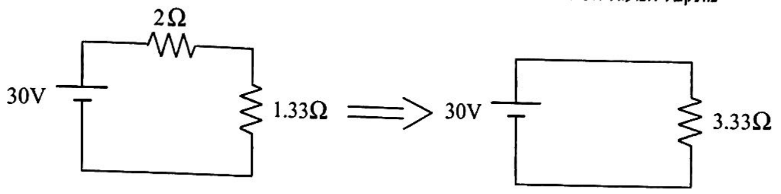
מתקבל המעגל:



הנגדים המוקפים בקו מקווקו מחוברים במקביל והתנגדותם השקולה היא:

$$R_T=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=\frac{2\cdot 4}{2+4}=1.33\Omega$$

מתקבל המעגל הטורי שמכיל :



זהו מעגל טורי. לכן, במעגל הפשוט $R_T = 3.3\Omega$.

עוצמת הזרם בסוללה היא:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T}=\frac{30}{3.3}\approx 9A$$

רמה ב'

8. נתון: $\varepsilon = 9V$, $r = 2\Omega$, $R_1 = 12\Omega$, $R_2 = 6\Omega$.

א. לאמפרמטר אידיאלי יש התנגדות פנימית אפס.
לוולטמטר אידיאלי יש התנגדות פנימית אינסופית. לכן ניתן להניח שהזרם הזורם בו זניח.

ב. נמצא את ההתנגדות השקולה של הנגדים R_1 ו-R_2:

$$R_T=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=\frac{12\cdot 6}{12+6}=4\Omega$$

עוצמת הזרם בסוללה היא:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{9}{4+2}=1.5A$$

ג. הוולטמטר מודד את המתח על הנגד R_2, אבל במעגל הנתון, המתח על הנגדים שווה למתח ההדקים של הסוללה V_{ab}, לכן:

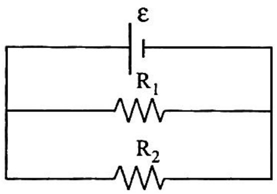
$$V_{ab}=\varepsilon-Ir=9-1.5\cdot 2=6V$$

$$I_1=\frac{6}{12}=0.5A$$

$$I_2=\frac{6}{6}=1A$$

ד. כאמור בסעיף הקודם, מתח ההדקים של הסוללה הוא 6V.

9. נתון: $\varepsilon = 18V$, $r = 0$, $R_1 = 180\Omega$, $R_2 = 90\Omega$.



א. ההתנגדות השקולה היא:

$$R_T=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=\frac{180\cdot 90}{180+90}=60\Omega$$

ב. עוצמת הזרם בסוללה היא:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{18}{60}=0.3A$$

ג. במקרה זה, מתח ההדקים שווה בערכו לכא"מ של הסוללה כי $r = 0$. לכן $V_{ab} = \varepsilon = 18$ Volt.

המתחים שווים, לכן:

$$I_1R_1=I_2R_2 \quad\Rightarrow\quad 180I_1=90I_2$$

הזרם הכללי הוא:

$$I_1+I_2=I \quad\Rightarrow\quad I_1+I_2=0.3A$$

פתרון מערכת המשוואות שהתקבלה:

$$I_1=0.1A \quad ; \quad I_2=0.2A$$

ד. $\frac{I_1}{I_2}=\frac{0.1}{0.2}=\frac{1}{2}$

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{180}{90}=\frac{2}{1} \quad\Rightarrow\quad \frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}$$

10. על כל הנגדים יש מתח זהה, כי הם מחוברים במקביל. לכן:

א. $V=V_1=V_2=V_3=I_2\cdot R_2=0.006\cdot 3=0.018\ \text{Volt}$

$$R_3=\frac{V_3}{I_3}=\frac{0.018}{0.009}=2\Omega$$

ב. $I_1=V_1/R_1=0.018/3=0.006A=6mA$

ג. ההתנגדות השקולה של שני הנגדים המקבילים R_1 ו- R_2 היא $R=3/2=1.5\Omega$.

לשני נגדים אלה מחובר הנגד $R_3=2\Omega$ במקביל. לכן:

$$R_T=\frac{R\cdot R_3}{R+R_3}=\frac{1.5\cdot 2}{1.5+2}=0.86\Omega$$

ד. $I=I_1+I_2+I_3=6+6+9=21\ \text{mA}$

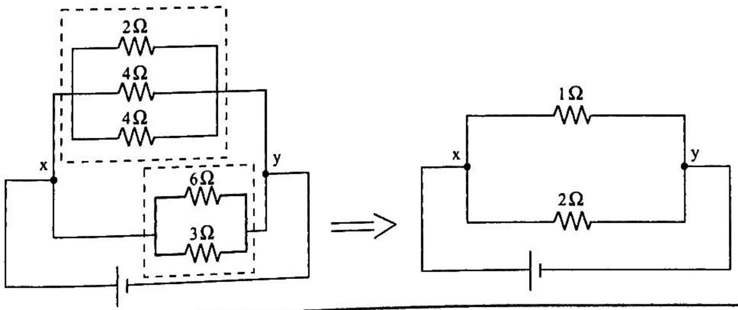
11. נתון: $\varepsilon=9V$, $r=0.012\Omega$.

את עוצמת הזרם נחשב מהביטוי למתח ההדקים של הסוללה:

$$V_{ab}=\varepsilon-Ir \quad\Rightarrow\quad I=\frac{\varepsilon-V_{ab}}{r} \quad\Rightarrow\quad I_{max}=\frac{\varepsilon-V_{ab\,min}}{r}=\frac{9-8.9}{0.012}=8.33A$$

12.

א. נחשב את ההתנגדות השקולה של שלושת הנגדים המחוברים במקביל:



$$\frac{1}{R_{T1}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} \quad\Rightarrow R_{T1}=1\Omega$$

עתה נחשב את ההתנגדות השקולה של זוג הנגדים המחוברים במקביל:

$$R_{T2}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}=\frac{3\cdot 6}{3+6}=2\Omega$$

נחשב את ההתנגדות השקולה של R_{T1} ושל R_{T2} המחוברים ביניהם במקביל:

$$R_T=\frac{1\cdot 2}{1+2}=0.67\Omega$$

<u>הערה</u>: למעשה כל הנגדים במעגל מחוברים במקביל, לכן אפשר לחשב את ההתנגדות השקולה בצעד אחד בלבד:

$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$$

ב. המתח בין הנקודות xy הוא המתח על כל אחד מהנגדים במעגל, לכן:

$$V=IR=6\cdot 2=12\ Volt$$

עוצמות הזרם בכל אחד מהנגדים (מלמעלה למטה) הן:

$$I=\frac{V}{R} \quad\Rightarrow\quad 6A,\ 3A,\ 3A,\ 2A,\ 4A$$

עוצמת הזרם בסוללה היא סכום עוצמות הזרמים בכל הנגדים:

$$I_{BAT}=6+3+3+2+4=18A$$

ג. מהביטוי למתח הדקי הסוללה מתקבל:

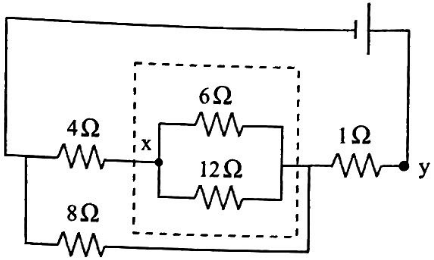
$$V_{xy}=\varepsilon-Ir \quad\Rightarrow\quad \varepsilon=V_{xy}+Ir=12+18\cdot 1=30Volt$$

ד. הספק החום הנוצר בסוללה הוא:

$$P=I^2r=18^2\cdot 1=324W$$

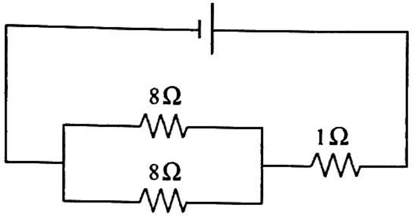
13.

א. במעגל הנתון הנגדים בני 6Ω ו- 12Ω מחוברים במקביל. לכן, התנגדותם השקולה היא:



$$R' = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \cdot 12}{6+12} = 4\Omega$$

נגדים אלה מחוברים בטור לנגד בן 4Ω, לכן התנגדות הענף העליון היא 8Ω. מתקבל המעגל הבא:



ההתנגדות השקולה של שלושת הנגדים במעגל היא:

$$R_T = \frac{8}{2} + 1 = 5\Omega \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{12}{5+1} = 2A$$

ב. במעגל המקורי ההתנגדות השקולה של הנגדים 6Ω ו- 12Ω היא $R' = 4\Omega$.

עוצמת הזרם בהם היא מחצית מעוצמת זרם המקור, $I' = 1A$ והמתח על R' הינו:

$$V_{R'} = 1 \cdot 4 = 4Volt \quad \Rightarrow \quad V_{xy} = 4 + 1 \cdot 2 = 6Volt$$

ג. $V_{ab} = \varepsilon - Ir = 12 - 2 \cdot 1 = 10$ Volt

ד. $P = I^2 r = 2^2 \cdot 1 = 4W$

14.

א. הוולטמטר מודד את מתח ההדקים והאמפרמטר מודד את הזרם בסוללה.

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = V_{ab} + Ir = 36 + 2 \cdot 3 = 42V$$

ב. נחשב תחילה את ההתנגדות השקולה של המעגל:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \quad \Rightarrow 2 = \frac{42}{R_T + 3} \quad \Rightarrow \quad 2(R_T + 3) = 42 \quad R_T = 18\Omega$$

הנגד R_x מחובר במקביל לנגד של 40Ω ושניהם יחד מחוברים בטור לנגד שהתנגדותו 6Ω.
לכן, ההתנגדות השקולה של המעגל ניתנת על ידי הביטוי:

$$R_T = \frac{R_x \cdot 40}{R_x + 40} + 6 = 18 \quad \Rightarrow R_x = 17.14\Omega$$

ג. $P = I^2 r = 2^2 \cdot 3 = 12$ W

15.

א. הנגד האמצעי של המעגל שהתנגדותו 2Ω מחובר במקביל לנגד $R = 4\Omega$. לכן, עוצמת הזרם דרכו כפולה מהערך שמראה מד הזרם: $I = 2 \cdot 0.9 = 1.8$ A.

עוצמת הזרם בסוללה היא סכום הזרמים: $I_{BAT} = 0.9 + 1.8 = 2.7$ A.

מתח ההדקים של הסוללה הוא:

$$V_{ab} = I_{BAT} \cdot R_T$$

$$R_T = \frac{4 \cdot 2}{4+2} + 2 = \frac{8}{6} + 2 = 3.33\Omega$$

$$V_{ab} = 2.7 \cdot 3.33 = 9Volt$$

ב. נמצא את כא"מ הסוללה:

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = V_{ab} + Ir = 9 + 2.7 \cdot 1.5 = 13.05V$$

ג. נחשב את ההספק בנגד המבוקש:

$P = I^2 \cdot R = 0.9^2 \cdot 4 = 3.24W$

16.

א. התנגדותו של תייל יחיד:

$$R=\rho\frac{L}{A}=\rho\frac{L}{\pi\cdot r^2}=88\cdot10^{-8}\frac{1.1}{\pi\left(\frac{10^{-3}}{2}\right)^2}=1.23\Omega$$

ב. במכשיר ההפשרה יש 11 מוליכים זהים המחוברים במקביל. לכן, התנגדותם השקולה היא:

$$R_T=1.23/11=0.112\Omega$$

ג. הספקו של מפשיר האדים הוא:

$$P=\frac{V^2}{R}=\frac{12^2}{0.112}=1285.7W=1.28kW$$

17.

א. הסוללה הנטענת היא בעלת $\varepsilon_1=8V$ כי $\varepsilon_2>\varepsilon_1$.

ב. עוצמת הזרם במעגל הטעינה היא:

$$I=\frac{9-8}{2\cdot0.015}=33.33A$$

ג. בסוללה ε_2 זורם "זרם פריקה". לכן מתקיים:

$$V_{BAT2}=\varepsilon-Ir=9-33.33\cdot0.015=8.5Volt$$

בסוללה ε_1 זורם "זרם טעינה". לכן מתקיים:

$$V_{BAT1}=\varepsilon+Ir=8+33.33\cdot0.015=8.5Volt$$

הערה: מתחי ההדקים של הסוללות שווים.

18. נתון: $\varepsilon=12V$, $r=0.01\Omega$.

א. נחשב תחילה את עוצמת הזרם בנורה קדמית:

$$P_1=I_1V\ \Rightarrow I_1=\frac{P_1}{V}=\frac{50}{12}=4.16A$$

באותו אופן נחשב את עוצמת הזרם בנורה אחורית:

$$P_2=I_2V\ \Rightarrow I_2=\frac{P_2}{V}=\frac{12}{12}=1A$$

כל הנורות מחוברות במקביל ולכן הזרם העובר במצבר הוא סכום הזרמים בשתי נורות קדמיות ובשתי נורות אחוריות:

$$I_{BAT}=2\cdot4.16+2\cdot1=10.32A$$

נמצא את מתח הדקי המצבר:

$$V_{BAT}=\varepsilon-I_{BAT}\cdot r=12-10.33\cdot0.01=11.9Volt$$

ב. במקרה זה מתח ההדקים הוא:

$$V_{BAT}=\varepsilon+Ir=12+1.2\cdot0.01=12.012Volt$$

19.

א. נחשב את עוצמות הזרמים בכל אחת מהנורות:

$$I_1=\frac{V_1}{R_1}=\frac{18}{6}=3A$$

$$I_2=\frac{V_2}{R_2}=\frac{12}{8}=1.5A$$

ב. עוצמת הזרם בסוללה היא סכום עוצמות הזרמים בנורות $I_{BAT}=3+1.5=4.5A$.
מתח ההדקים של הסוללה:

$$V_{BAT}=\varepsilon-Ir=24-4.5\cdot1=19.5Volt$$

ג. הסכום בין המתח על כל נורה לבין המתח על הנגד הסמוך לה, שווה בערכו למתח ההדקים של הסוללה. לכן:

$$19.5 = 18 + I_1R_1 = 18 + 3R_1 \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{1.5}{3} = 0.5\Omega$$

$$19.5 = 12 + I_2R_2 = 12 + 1.5R_2 \quad \Rightarrow R_2 = \frac{7.5}{1.5} = 5\Omega$$

ד. הספק החום שנוצר בסוללה ניתן על ידי הביטוי הבא:

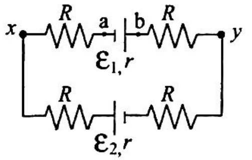
$$P = I^2r = 4.5^2 \cdot 1 = 20.25W$$

.20

א. נחשב תחילה את עוצמת הזרם במעגל:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{4R + 2r} = \frac{12 + 8}{4 \cdot 5 + 2 \cdot 2} = 0.83A$$

כיוון הזרם הוא במגמת הסיבוב של מחוגי השעון.



במעגל מסומנות הנקודות x, a, b, y . נמצא את הערך המוחלט של המתח בין נקודות אלה:

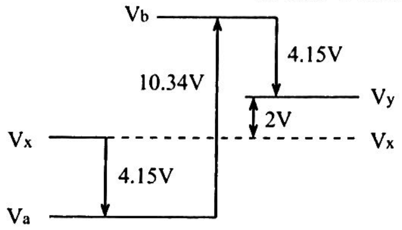
$$|V_{xa}| = IR = 0.83 \cdot 5 = 4.15Volt$$

$$|V_{by}| = IR = 0.83 \cdot 5 = 4.15Volt$$

המתח בין הנקודות a ו-b שווה בערכו למתח הדקי הסוללה ε_1:

$$|V_{ab}| = \varepsilon_1 - Ir = 12 - 0.83 \cdot 2 = 10.34\ Volt$$

נצרף את תרשים המתחים למעגל זה:



מתרשים המתחים ניתן לראות:

$$|V_{xy}| = 10.34 - 2 \cdot 4.15 = 2.04Volt$$

תשובה: המתח בין שתי הנקודות x ו-y הוא 2.04V, ו- $V_y > V_x$.

אפשרות אחרת: $V_{xy} = V_x - V_y = -2V$.

ב. יש לחזור על הפעולות שננקטו בסעיף א', בהבדל שעוצמת הזרם עתה היא:

$$I = \frac{12 - 8}{24} = 0.17A$$

.21

א. נחשב את עוצמת הזרם במעגל:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_1 + R_2 + 2r} = \frac{6 + 12}{2 \cdot 6 + 2 \cdot 2} = 1.125A$$

מתחי ההדקים הם:

$$V_1 = \varepsilon_1 - Ir = 6 - 1.125 \cdot 2 = 3.75Volt$$

$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir = 12 - 1.125 \cdot 2 = 9.75Volt$$

ב. בהיפוך קוטביות:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_1 + R_2 + 2r} = \frac{6}{16} = 0.375A$$

בסוללה ε_1 זורם "זרם טעינה". לכן, מתח ההדקים הוא:

$$V_1 = \varepsilon_1 + Ir = 6 + 0.375 \cdot 2 = 6.75Volt$$

בסוללה ε_2 זורם "זרם פריקה". לכן, מתח ההדקים הוא:

$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir = 12 - 0.375 \cdot 2 = 11.25Volt$$

22. $I_1 = 3A$ הוא זרם פריקה. לכן:

$$V_{ab} = \varepsilon - Ir \quad \Rightarrow \quad 8.5 = \varepsilon - 3r$$

$I_2 = 2A$ הוא זרם טעינה. לכן:

$$V_{ab} = \varepsilon + Ir \quad \Rightarrow \quad 11 = \varepsilon + 2r$$

נחסיר את המשוואה הראשונה מהשנייה ונקבל:

$$11 - 8.5 = 2r + 3r = 5r$$
$$2.5 = 5r$$
$$r = 0.5\Omega$$

מהצבה $r = 0.5\Omega$ בכל אחת מהמשוואות מתקבל $\varepsilon = 10V$.

23.

א. הזרם זורם נגד מגמת הסיבוב של מחוגי השעון. עוצמת הזרם היא:

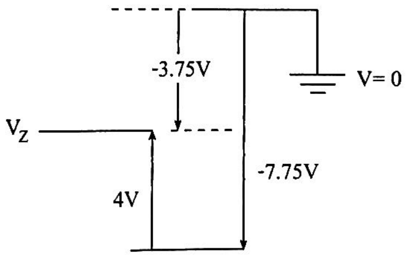
$$I = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{\sum R + \sum r} = \frac{8+4}{9+8+6+0.5\cdot 2} = \frac{12}{24} = 0.5A$$

כשמתקדמים ימינה בענף התחתון של המעגל, מנקודה z דרך נגד $R = 8\Omega$, במורד הזרם, הפוטנציאל יורד. הקצה הימני של הנגד נמצא בפוטנציאל נמוך מקצהו השמאלי z בשיעור:

$$V = IR = 0.5\cdot 8 = 4\ Volt$$

כשחולפים דרך הסוללה ε_2, הפוטנציאל גדֵל בשיעור של מתח הדקי הסוללה V_2 ומגיע בסופו של דבר ל-0.

$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir = 8 - 0.5\cdot 0.5 = 7.75 Volt$$



מהתרשים ניתן לראות שהפוטנציאל בנקודה z נמצא ב-3.75V מתחת לרמת ה-0.

לכן $V_z = -3.75V$.

ב.

$$V_1 = \varepsilon_1 - Ir = 4 - 0.5\cdot 0.5 = 3.75 Volt$$
$$V_2 = \varepsilon_2 - Ir = 8 - 0.5\cdot 0.5 = 7.75 Volt$$

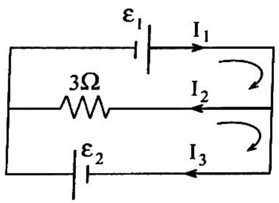
ג. מההארקה מגיעים ל-y דרך נגד בן 9Ω במורד הזרם. לכן הפוטנציאל של הנקודה y נמוך מהפוטנציאל של ההארקה בשיעור:

$$V = IR = 9\cdot 0.5 = 4.5\ Volt$$

לכן: $V_y = 0 - 4.5 = -4.5\ Volt$

ד. המתח בין הנקודות z ל- y הוא: $V_z - V_y = -3.75 - (-4.5) = 0.75\ Volt$

24. הפתרון מבוסס על חוקי קירכהוף. נכתוב משוואה אחת מחוק הצומת ועוד שתי משוואות של מסלולים סגורים. לשם כך בוחרים כיווני זרמים, כפי שסומנו בתרשים:



חוק הצומת: $I_1 = I_2 + I_3$

חוק המסלול הסגור: $I_1 r_1 + I_2 R = \varepsilon_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 + 3I_2 = 3$

חוק המסלול הסגור: $I_3 r_2 - I_2 R = \varepsilon_2 \quad \Rightarrow \quad I_3 - 3I_2 = 3$

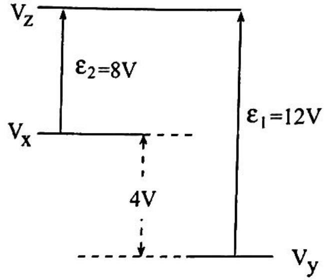
פתרון המשוואות מניב את התוצאה $I_2 = 0$.

.25

א. הענף האמצעי מנותק, על כן אין בו זרם. מצד שני, מתחי הסוללות שווים: $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$ והן מחוברות חיבור נוגד, על כן גם בהן אין זרם. הפוטנציאל בנקודה z גבוה מהפוטנציאל של הנקודה y ב- $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 12V$.

כפי שניתן לראות בתרשים הפוטנציאלים הבא, הפוטנציאל של הנקודה y נמוך מהפוטנציאל של הנקודה x.

על פי המוסכמות מקובל הסימון $V_{xy} = V_x - V_y$. לכן $V_{xy} = +4\ Volt$.



ב. על פי אותו תרשים פוטנציאלים, V_y נמוך מ-V_z,

$$|V_{yz}| = |\varepsilon_1| = 12V$$

$$V_z > V_y$$

$$\Rightarrow \quad V_{yz} = -12V$$

ג. שיקולים דומים לאלה שבסעיפים הקודמים, מובילים לפתרון הבא:

$$|V_{xz}| = |\varepsilon_2| = 8V$$

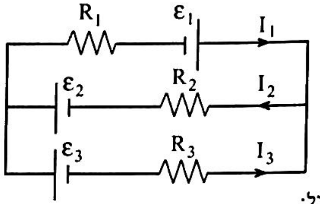
$$V_z > V_x$$

$$\Rightarrow \quad V_{xz} = -8V$$

.26 נסמן באופן שרירותי את כיווני הזרמים I_1, I_2, I_3 בענפים השונים, כמתואר באיור. בבעיה זו לא ידועים ערכי שלושת הזרמים. לכן נחוצות שלוש משוואות לפתרון הבעיה.

נישם את חוקי קירכהוף באופן הבא:

- נרשום משוואת צומת אחת;
- נרשום שתי משוואות למסלולים סגורים.



לפי חוק הצומת מתקבל:

1) $I_2 = I_1 + I_3$

לפי כלל המסלול הסגור, בעניבה העליונה מתקיים:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2)$$

$$3 + 6 = 4I_1 + 4I_2$$

2) $9 = 4I_1 + 4I_2$

לפי כלל המסלול הסגור, בעניבה התחתונה מתקיים:

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_3 = I_2(R_2 + r_2) + I_3(R_3 + r_3)$$

3) $4 = 4I_2 - 5I_3$

פתרון מערכת המשוואות המסומנות 1,2,3 מניב את הערכים הבאים:

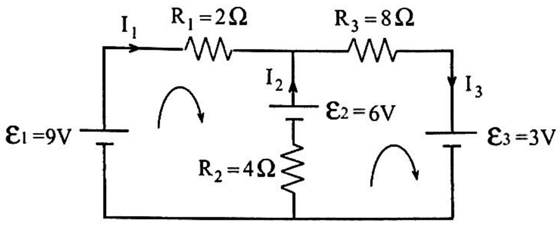
$$I_1 = 1.23\,A$$

$$I_2 = 1.16\,A$$

$$I_3 = -0.071\,A$$

הסימן האלגברי השלילי בערכו של הזרם I_3 מציין שכיוונו הפוך לכיוון המסומן באיור.

27. נסמן באופן שרירותי את כיווני הזרמים I_1, I_2, I_3 בענפים השונים, כמתואר באיור.



בבעיה זו לא ידועים ערכי שלושת הזרמים לכן נחוצות שלוש משוואות לפתרון הבעיה.
ניישם את חוקי קירכהוף באופן דומה לפתרון התרגיל הקודם.
לפי חוק הצומת:

$$1)\quad I_3 = I_1 + I_2$$

ניישם את חוק המסלול הסגור בעניבה השמאלית:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 2I_1 - 4I_2$$

$$9 - 6 = 2I_1 - 4I_2$$

$$2)\quad 3 = 2I_1 - 4I_2$$

ניישם את חוק המסלול הסגור בעניבה הימנית:

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_3 = 4I_2 + 8I_3$$

$$3)\quad 3 = 4I_2 + 8I_3$$

פתרון מערכת שלוש המשוואות מניב את הערכים הבאים:

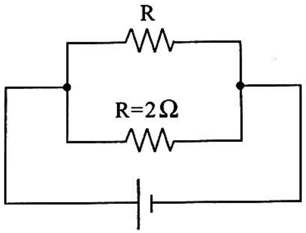
$$I_1 = 0.856\,A$$
$$I_2 = -0.32\,A$$
$$I_3 = 0.536\,A$$

תשובה: עוצמת הזרם בנגד $R = 4\Omega$ היא 0.32A בניגוד לכיוון המסומן באיור.

28. נחשב את ההתנגדות השקולה של המעגל הנתון:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2}$$

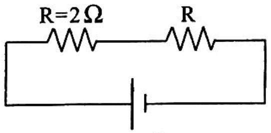
$$R_T = \frac{2R}{R+2}$$



עוצמת זרם הסוללה במעגל בו הנגד R מחובר במקביל לנגד של 2Ω היא:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{2R/R+2} = \frac{\varepsilon(R+2)}{2R}$$

עוצמת הזרם בסוללה כאשר הנגד R מחובר בטור לנגד של 2Ω (ראה איור למטה) היא:



$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R+2}$$

על פי נתוני השאלה, הקשר בין עוצמות הזרמים בשני המקרים הוא:

$$5I_2 = I_1$$

$$\frac{5\varepsilon}{R+2} = \frac{\varepsilon(R+2)}{2R}$$

$$\frac{5}{R+2} = \frac{R+2}{2R}$$

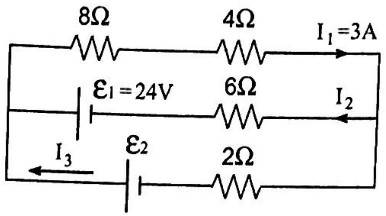
$$10R = R^2 + 4R + 4$$

$$\Rightarrow R^2 - 6R + 4 = 0$$

הערכים האפשריים של הנגדים הם:

$$R_1 = 5.24\Omega$$
$$R_2 = 0.76\Omega$$

29. נסמן את כיוונו של הזרם I_2 באופן שרירותי, כפי שמתואר באיור:



נרשום משוואה אחת לפי חוק הצומת ועוד שתי משוואות לכל אחד מהמסלולים הסגורים:

1) $$I_1 = I_2 + I_3$$

במסלול הסגור העליון מתקבל:

2) $$24 = 6I_2 + 12I_1 \quad \Rightarrow \quad 24 = 6I_2 + 12\cdot 3 \quad \Rightarrow \quad I_2 = -2\ A$$

מערך הזרם שהתקבל, ומהצבתו במשוואה מס' 1 מתקבל $I_3 = 5A$.

במסלול הסגור התחתון מתקבל:

3) $$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = -6I_2 + 2I_3$$
$$\varepsilon_2 - 24 = -6\cdot(-2) + 2I_3$$

נציב $I_3 = 5A$ ונקבל: $\varepsilon_2 = 46Volt$.

הקדמה לפרקים 4,5

השדה החשמלי (6 שעות)

דגשים מתוך הסילבוס החדש

א. המושג "שדה" הוא מושג מופשט ורוב התלמידים מתקשים להבינו. עם זאת, יש להניח שמושג זה הובן במידה מסוימת מלימודי פרק "הכבידה" וכדאי לנצל זאת לעריכת אנאלוגיה בין שדה כבידה לשדה אלקטרוסטטי.

ב. לימוד מעמיק של נושא השדה דורש ידע מסוים בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי. יש להתאים את ההוראה לפי רמת הידע של התלמידים, ולפי הזמן שעומד לטובת הרחבת הנושא וההעמקה בו.

השדה החשמלי (האלקטרוסטטי) – הגדרה ויחידות

א. תיאור פעולת כוחות ממרחק (למשל בין השמש לבין כדור הארץ) ופעולה באמצעות שדה חשמלי כ"מתווך" (בין מטענים) – הוא תיאור אקוויוולנטי.

ב. שדות "אלקטרוסטטיים" הם שדות הנוצרים על ידי מטענים הנמצאים במנוחה.

ג. רעיון ה"מטען הבוחן": המטען הבוחן שתפקידו לבדוק את השדה החשמלי ולמדוד את עוצמתו, חייב להיות קטן במידה שהשפעתו על השדה תהיה זניחה.
השדה החשמלי הוא שדה וקטורי.

עיקרון הסופרפוזיציה לחישוב עוצמת השדה החשמלי

א. עיקרון הסופרפוזיציה של שדות חשמליים נובע מהעיקרון לסופרפוזיציה של כוחות, המוכר מלימודים קודמים.

ב. על ידי שימוש בעיקרון הסופרפוזיציה אפשר לחשב את עוצמת השדה החשמלי השקול ואת כיוונה של מערכת מטענים הנמצאים במנוחה.

תיאור שדות חשמליים בעזרת קווי שדה

א. תרשים חיצים: לכל נקודה במרחב שיש בה שדה חשמלי, אפשר להתאים חץ שגודלו פרופורציוני לעוצמת השדה וכיוונו ככיוון השדה החשמלי.

ב. תרשים קווי שדה: קווי השדה הם קווים דמיוניים, שכיוונם בכל נקודה הוא ככיוון השדה החשמלי בנקודה. קווי שדה חשמלי הם קווים רציפים וחלקים, היוצאים ממטען חיובי ומסתיימים במטען שלילי או באינסוף. את עוצמת השדה החשמלי ניתן להעריך לפי צפיפותם של קווי השדה.

ג. יש להדגיש את המגבלה של שני התיאורים הללו: הם דו – ממדיים, בעוד שהמרחב הוא תלת ממדי. ניתן להיעזר בהדמיות או בסרטים (ראה Mechanical Universe) כדי להרחיב את התיאור הדו – ממדי המוגבל למישור הדף או הלוח.

חישוב השדה החשמלי בעזרת חוק גאוס (1 שעה)

אף שלנושא זה חשיבות מרובה, יש לשקול את הוראתו עד לרמת שליטה, בהתאם לידע המתמטי של הלומד.[1] מושגים עיקריים: "שטף חשמלי", חישוב עוצמת השדה במקרים סימטריים כמו קליפה כדורית או תייל אינסופי שצפיפות מטעניהם אחידה. מומלץ לדון במסקנות אחדות של חוק גאוס ובפרט במסקנה זו: מטעניו העודפים של מוליך טעון הנמצא בשיווי משקל אלקטרוסטטי נמצאים על פני המוליך.

פוטנציאל חשמלי (8 שעות)

א. מושג הפוטנציאל הוא מופשט ותלמידים רבים מתקשים בו.

ב. יש להדגיש שבכל דיון העוסק בפוטנציאל או באנרגיה פוטנציאלית יש להגדיר את רמת הייחוס. בדרך כלל מקובל להגדיר את "האינסוף" כרמת ייחוס שבה הפוטנציאל מתאפס.

ג. הפרש הפוטנציאלים.

ד. חשוב להדגיש שהפוטנציאל הוא גודל סקלרי, בניגוד לשדה החשמלי, שהוא גודל וקטורי.

ה. בהמלצת הסילבוס, בתרגילים אחדים מופיעים יחד המושגים "פוטנציאל" ו"שדה חשמלי".

ו. במסגרת הפוטנציאל של מוליך טעון, אפשר להסתפק בדיון במוליך כדורי או בקליפה כדורית. אין צורך לדון בקליפות בתוך קליפות.

ז. יש לדון בהתפלגות המטענים בין שני מוליכים. דיון זה יש בו כדי לסייע להבנת מושג הקיבול והקשר שבין הפרש הפוטנציאלים לזרם החשמלי.

ח. משטחים שווי פוטנציאלים-דגשים:

1. במשטח שווה פוטנציאלים, לכל נקודה על המשטח פוטנציאל זהה.
2. בהעברת מטען ממקום למקום על פני משטח שווה פוטנציאלים, הכוחות החשמליים אינם מבצעים עבודה על המטען.
3. מוליך טעון הנמצא בשיווי אלקטרוסטטי הוא גוף שווה פוטנציאל.
4. קווי שדה חשמלי מאונכים למשטחים שווי פוטנציאלים.

[1] הערת המחבר. על פי רוח הסילבוס החדש; בסילבוס מומלץ לעסוק בנושא זה בהיקף של שעת למידה אחת.

5. בשדה אחיד מתקיים: $\Delta V = -E\Delta x$; ובשדה שאינו אחיד מתקיים:

$$E = -\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta x}$$

ט. מומלץ לדון במאיצי חלקיקים.

י. מומלץ לדון באוסצילוסקופ כמד מתח רגיש. המרכיבים המרכזיים של האוסצילוסקופ הם תותח האלקטרונים ולוחות הטיה מקבילים, שביניהם שורר שדה חשמלי אחיד (בקירוב).

יא. רצוי לדון ביחידת האלקטרון-וולט כיחידת אנרגיה. כדאי להדגיש בפרט את מושג אנרגית הקשר של האלקטרונים באטומים. סדר גודל זה הוא אלקטרון-וולטים בודדים, בעוד שאנרגיית הקשר הגרעינית היא מסדר גודל של MeV.

פרק 4 – שדה חשמלי

תשובות לשאלות ההבהרה:

1. "שדה חשמלי" הוא תחום שאם יוכנס לתוכו מטען חשמלי, יפעל עליו כוח חשמלי. עוצמת השדה החשמלי היא גודל וקטורי והיא מבטאת את הכוח הפועל על יחידת מטען חיובי. גודל וקטור עוצמת השדה החשמלי נמדד ב-N/C.

2. וקטור עוצמת השדה החשמלי הוא בכיוון הכוח שפועל על מטען חיובי.

3. "מטען בוחן" הוא מטען דמיוני שתפקידו לבחון את קיומו של השדה החשמלי, את כיוונו ואת עוצמתו.

4. מטען בוחן גדול עלול להשפיע על השדה הנבחן. ככלל, אין זה רצוי שכלי המדידה ישפיע על הגודל הנמדד. (למשל, אמפרמטר או וולטמטר <u>שאינם</u> אידיאליים עלולים להשפיע על ערכי עוצמת הזרם או המתח שהם מודדים). גודלו של המטען הבוחן וממדיו צריכים להיות קטנים, כדי למנוע את קיטוב המטען במערך המטענים היוצרים את השדה החשמלי. לפי הסכם, סימנו של המטען הבוחן חיובי.

5. לכל נקודה במרחב שמרחקה r מהמטען הנקודתי היוצר את השדה יש מעמד שווה: גודל עוצמת השדה זהה בכל הנקודות הללו. וקטור עוצמת השדה החשמלי מכוון לאורך רדיוסו של כדור שבמרכזו נמצא המטען הנקודתי שיוצר את השדה החשמלי.

6. שני החוקים מקיימים את הקשר $F \propto 1/r^2$ כלומר, במקום מסוים סביב מסה נקודתית (מטען חשמלי) כוח הכבידה (הכוח החשמלי) נמצא ביחס הפוך לריבוע המרחק ממקור השדה הכבידתי (החשמלי). במקרה אחד, הכוחות הם תוצאה של אינטראקציה בין מסות, ובמקרה השני הכוחות הם תוצאה של אינטראקציה בין מטענים חשמליים. כוחות הכבידה הם תמיד כוחות משיכה, לעומת הכוחות החשמליים שהם משיכה או דחיה, לפי סימני המטענים.

7. גם שדה הכבידה וגם השדה החשמלי האלקטרוסטטי מתקיימים בריק. לדוגמה: כדור הארץ מושך את הירח, למרות שבחלק ניכר מן המרחב שביניהם שורר ריק. כך גם השדה החשמלי. לדוגמה: באטום בין אלקטרון לפרוטון מתקיימת אינטראקציה חשמלית, למרות שרוב רובו של האטום ריק.

8. בכל נקודה במרחב, וקטור עוצמת השדה החשמלי מצביע על כיוון הכוח השקול הפועל על מטען בוחן. אילו קווי השדה היו נחתכים בנקודה מסוימת, היינו מסיקים שלכוח השקול באותה נקודה יש שני כיוונים שונים, דבר שאינו אפשרי.

9. כיוון הכוח החשמלי הפועל על האלקטרון במקרה זה הוא שמאלה. הכלל הוא: כיוון הכוח החשמלי הפועל על מטען שלילי הוא נגד כיוונו של וקטור השדה החשמלי.

10. הכוחות שווים ביניהם לפי החוק השלישי של ניוטון. תאוצת האלקטרון גדולה יותר, כי מסתו קטנה ממסת הפרוטון. על כן מהירותו תהיה גדולה יותר לכל אורך המסלול והוא ינצח.

11.

א. שדה אחיד: בכל מרחב השדה, וקטור עוצמת השדה זהה. כלומר, הכוח הפועל על מטען בוחן זהה בגודלו ובכיוונו בכל תחום השדה החשמלי. (עובדה זו מאפשרת שימוש בנוסחאות הקינמטיקה לתנועה שוות תאוצה).

ב. נסמן את הכוחות שפועלים על הפרוטון ועל האלקטרון בשדה החשמלי ב- F_P וב-F_e בהתאמה. לפי הגדרת עוצמת השדה, מתקיים:

$$F_p = Eq_p$$

$$F_e = Ee$$

$$q_p = -q_e \quad \Rightarrow \quad F_p = -F_e \quad \Rightarrow \quad \frac{F_p}{F_e} = -1$$

ג. מהסעיף הקודם והחוק השני של ניוטון נובע:

$$m_p a_p = -m_e a_e$$

$$\frac{a_e}{a_p} = -\frac{m_p}{m_e} = \frac{-1.67 \cdot 10^{-27}\,kg}{9.11 \cdot 10^{-31}\,kg} \approx -1833$$

<u>הערה:</u> משמעותם של הסימנים השליליים בשני הסעיפים הקודמים היא: הווקטורים מנוגדי כיוון.

12. לפי חוק קולון, הכוח הפועל על מטען שלישי, מתאפס באמצע הקטע המחבר את שני המטענים. נוסח אחר: באמצע הקטע המחבר את שני המטענים עוצמת השדה החשמלי השקול היא אפס.

13.

א. במרכז המשושה המשוכלל $E=0$ (מטעמי סימטריה). כל שני מטענים המונחים בקודקודים נגדיים מבטלים זה את תרומתו של האחר לעוצמת השדה החשמלי במרכז המשושה.

ב. אם יוחלפו שני מטענים הנמצאים בקודקודים נגדיים במטענים שליליים זהים, עוצמת השדה לא תשתנה ותהיה $E=0$. החלפת מטענים באופן אחר תגרום לשינוי בעוצמת השדה החשמלי במרכז המשושה.

14.

א. לא נכון. באיור הימני השדה אינו אחיד.

ב. לא נכון. השדה הימני מתחזק, השמאלי איננו משתנה.

ג. לא נכון. בשדה הימני התאוצה משתנה.

ד. נכון.

ה. רק בשדה חשמלי אחיד (השמאלי שבאיור) תנועתו של המטען היא בליסטית (שוות מהירות בכיוון ניצב לקווי השדה, ושוות תאוצה בכיוון קווי השדה).

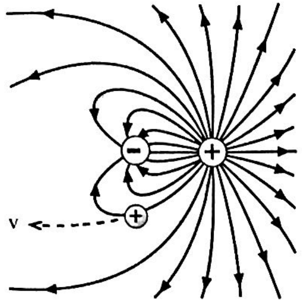
15.

א. אם משחררים מטען ממנוחה בשדה חשמלי אחיד, או שהוא נכנס לשדה במהירות שכיוונה לאורך קווי השדה, כיוון תאוצת המטען, כיוון עוצמת השדה וכיוון וקטור מהירות המטען מתלכדים. לכן, מסלולו של המטען מתלכד עם קווי השדה.

ב. אם מטען נכנס בניצב לשדה חשמלי האחיד, מסלול תנועתו יהיה בצורת פרבולה. במקרה זה מסלול המטען אינו מתלכד עם קווי השדה, שהם ישרים ומקבילים.

16.

א. שני המטענים העליונים באיור קבועים במקום ויוצרים את השדה החשמלי המתואר על ידי קווי השדה. המטען השלישי משוחרר ממנוחה והוא חופשי לנוע. מסלול המטען החופשי, הקו המקווקו שבתרשים, אינו מתלכד בהכרח עם קווי השדה החשמלי.



ב. בשדה רדיאלי, (הנוצר למשל על ידי מטען נקודתי), אם מטען נכנס בניצב לשדה החשמלי במהירות המקיימת:

$$Eq=\frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v=\sqrt{\frac{Eqr}{m}}$$

הוא ינוע בתנועה מעגלית במהירות קבועה בגודלה.

פתרונות לתרגילים

1. לפי הגדרת עוצמת השדה החשמלי של מטען נקודתי:

$$E=\frac{kq}{r^2}=\frac{9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-6}}{0.2^2}=1.125\cdot10^6\,N/C.$$

2. על פי תוצאות התרגיל הקודם:

$$F=E\cdot e=1.125\cdot10^6\cdot(-1.6\cdot10^{-19})=-1.8\cdot10^{-13}\,N$$

משמעות הסימן השלילי בפתרון תרגיל 2 היא שהאלקטרון נמשך למטען החיובי.

3. ניעזר בביטוי שמגדיר את עוצמת השדה החשמלי של מטען נקודתי:

$$E=\frac{kq}{r^2} \quad \Rightarrow \quad q=\frac{Er^2}{k}=\frac{1.2\cdot0.05^2}{9\cdot10^9}=3.33\cdot10^{-13}C$$

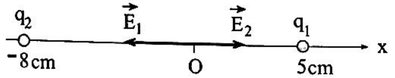
4. נסמן את עוצמות השדה ב- $\vec{E}_1$ ו- $\vec{E}_2$ ואת המרחקים ב-r_1 ו-r_2 בהתאמה. נבטא את ערכי עוצמות השדות:

$$E_1=\frac{kq}{r_1^2} \quad ; \quad E_2=\frac{kq}{r_2^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{E_2}{E_1}=\frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r_1}{r_2}=\sqrt{\frac{E_2}{E_1}}=\sqrt{\frac{450}{300}}=1.225$$

.5

א. נסמן את עוצמת השדה הנובעת מכל אחד מהמטענים ב- $\vec{E}_1$ וב- $\vec{E}_2$ בהתאמה. כפי שרואים באיור המצורף, הווקטורים שמתארים את עוצמות השדות מנוגדים זה לזה.



ב. מהגדרת עוצמת השדה החשמלי נובע:

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-9}}{0.05^2} = 10{,}800 N/C$$

$$E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-9}}{0.08^2} = 7{,}031.25 N/C$$

עוצמת השדה השקול E_T היא הסכום הווקטורי של שני הווקטורים האלה וגודלה:

$$E_T = E_1 + E_2 = -10800 + 7031.25 = -3768.75 N/C$$

משמעותו של הסימן השלילי: וקטור השדה החשמלי במערכת הצירים הוא בכיוון x-.

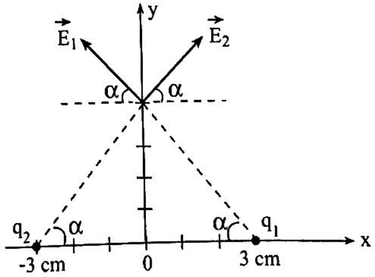
ג. גודל הכוח הפועל על אלקטרון הוא:

$$F = Ee = 3768.75\cdot1.6\cdot10^{-19} = 6.03\cdot10^{-16} N$$

כוח זה מכוון בכיוון החיובי של ציר ה-x.

.6 נסמן ב-r_1 ו-r_2 את מרחקי הנקודה משני המטענים q_1 ו-q_2 בהתאמה. הווקטורים $\vec{E}_1$ ו- $\vec{E}_2$ מתוארים באיור.

א.



$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \qquad r_1 = r_2 = r = 0.05m$$

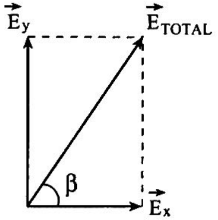
$$E_1 = E_2 = E = kq\frac{1}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-6}\frac{1}{0.05^2} = 1.08\cdot10^7 N/C$$

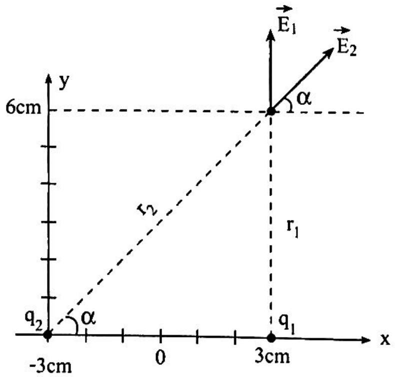
רכיבי השדה החשמלי בכיוון x מתבטלים, לכן הווקטור השקול פונה בכיוון y+. הווקטורים $\vec{E}_1$ ו- $\vec{E}_2$ יוצרים זווית α עם ציר x. נחשב את סינוס הזווית α: $\sin\alpha = \frac{4}{5} = 0.8$.

$$E_T = 2E\cdot\sin\alpha = 2\cdot1.08\cdot10^7\cdot0.8 = 1.73\cdot10^7 N/C$$

ב. המרחקים זהים לאלו שבסעיף א'. לכן, גודל עוצמת השדה זהה, אך הווקטור השקול הוא בכיוון y–.

ג. במקרה זה:





$$r_1 = 6cm$$

$$r_2 = \sqrt{6^2+6^2} = 8.49cm$$

$$E_1 = kq\frac{1}{r_1^2} = 9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-6}\frac{1}{0.06^2} = 7.5\cdot10^6 N/C$$

$$E_2 = kq\frac{1}{r_2^2} = 9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-6}\frac{1}{0.0849^2} = 3.75\cdot10^6 N/C$$

$$\tan\alpha = \frac{6}{6} = 1 \quad \Rightarrow \alpha = 45°$$

$$E_{2x} = E_{2y} = E_2\cos\alpha = 3.75\cdot10^6\cdot\cos45° = 2.65\cdot10^6\, N/C$$

$$\sum E_x = E_{2x} = 2.65\cdot10^6\, N/C$$

$$\sum E_y = E_1 + E_{2y} = 7.5\cdot10^6 + 2.65\cdot10^6 = 10.15\cdot10^6\, N/C$$

$$E_T = \sqrt{(E_{2x})^2 + \left(\sum E_y\right)^2} = \sqrt{(2.65\cdot10^6)^2 + (10.15\cdot10^6)^2} \approx 1.05\cdot10^7\, N/C$$

$$\tan\beta = \frac{\sum E_y}{\sum E_x} = \frac{1.05\cdot10^7}{2.65\cdot10^6} = 3.96 \quad \Rightarrow \quad \beta = 75.8°$$

7. "הכדור מרחף" פירושו שהוא נמצא בשיווי משקל, כלומר, הכוח החשמלי שווה בגודלו לכוח הכובד הפועל על הכדור ומנוגד במגמתו. לכן:

$$Eq = mg$$

$$E = \frac{mg}{q} = \frac{10^{-6}\cdot10}{24\cdot10^{-6}} = 0.417\, N/C$$

הכוח החשמלי מכוון כלפי מעלה ומטען הכדור שלילי. מכאן נובע שווקטור עוצמת השדה החשמלי $\vec{E}$ מכוון כלפי מטה אל פני כדור הארץ.

8.

א. מטען הטיפה שלילי; ראה נימוקים בתרגיל קודם.

ב. כשהטיפה מרחפת (נמצאת בשיווי משקל) מתקיים השוויון:

$$Eq = mg$$

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{2\cdot10^{-9}\cdot10}{10^4} = 2\cdot10^{-12}\, C$$

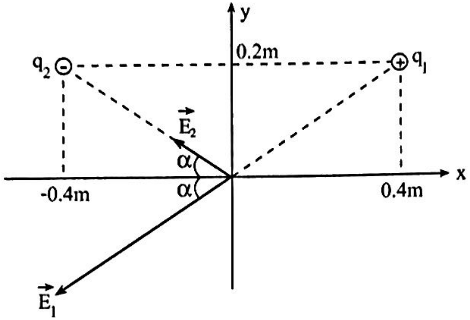
למעשה מטען הטיפה שלילי, $q = -2\cdot10^{-12}\ C$

ג. מטען הטיפה מורכב ממטעניהם של n האלקטרונים שנוספו לה. לכן:

$$q = ne \quad \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{-2\cdot10^{-12}\, C}{-1.6\cdot10^{-19}\, C} = 1.25\cdot10^7$$

9. משיקולי סימטריה, עוצמת השדה החשמלי במרכז המלבן, הינה אפס. ראה גם שאלת הבהרה מס' 13.

10. מערך המטענים מוצג באיור הבא:



א. מרחקי המטענים מהראשית מקיימים: $r^2 = r_1^2 = r_2^2 = 0.4^2 + 0.2^2 = 0.2$

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot9\cdot10^{-9}}{0.2} = 405\, N/C$$

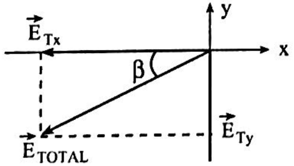
$$E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{3\cdot10^9\cdot9\cdot10^{-9}}{0.2} = 135\, N/C$$

$$\tan\alpha = \frac{0.2}{0.4} = 0.5 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 26.56°$$

$$\sum E_x = -(E_1 + E_2)\cos\alpha = -(405+135)\cos26.56° = -483.01\, N/C$$

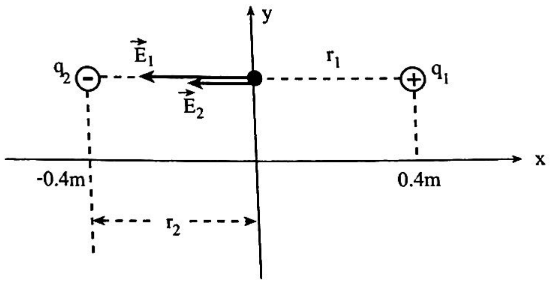
$$\sum E_Y = (E_2 - E_1)\cos\alpha = (135-405)\sin26.56° = -120.73\, N/C$$

$$E_{TOTAL} = \sqrt{483.01^2 + 120.73^2} = 497.87\, N/C$$



$$\tan\beta = \frac{E_{Ty}}{E_{Tx}} = \frac{120.73}{483.01} = 0.25 \quad \Rightarrow \quad \beta = 14°$$

ב. $r_1 = r_2 = 0.4m$; במקרה זה, הווקטורים $\vec{E}_1$ ו- $\vec{E}_2$ מקבילים לציר x, וכיוונם הוא (x-).



$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot9\cdot10^{-9}}{0.4^2} = 506.25N/C$$

$$E_1 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-9}}{0.4^2} = 168.75N/C$$

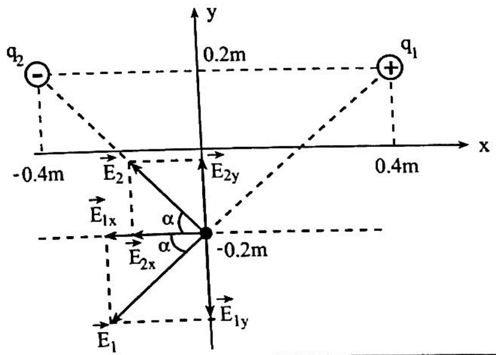
$$E_{TOTAL} = E_1 + E_2 = 675N/C$$

הווקטור $\vec{E}_T$ המתאר את עוצמת השדה החשמלי השקול הוא בכיוון (x-).

ג. במקרה זה מתקיים:

$$r_1^2 = r_2^2 = r^2 = 0.4^2 + 0.4^2 = 0.32$$

$$\alpha = 45°$$



$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot9\cdot10^{-9}}{0.32} = 253.13N/C$$

$$E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-9}}{0.32} = 84.38N/C$$

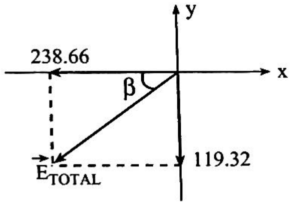
$$\tan\alpha = \frac{0.4}{0.4} = 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 45°$$

$$\sum E_x = -(E_1 + E_2)\cos\alpha = -(253.13 + 84.38)\cos45° = -238.66N/C$$

$$\sum E_Y = (E_2 - E_1)\sin\alpha = (-253.13 + 84.38)\sin45° = -119.32N/C$$

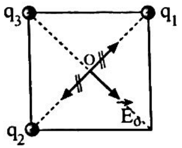
$$E_{TOTAL} = \sqrt{238.66^2 + 119.32^2} = 266.83N/C$$

$$\tan\beta = \frac{\sum E_y}{\sum E_x} = \frac{119.32}{238.66} = 0.5 \qquad \beta = 26.56°$$



.11

א. נסמן את עוצמת השדה החשמלי בנקודה O - מרכז הריבוע ב- $\vec{E}_O$ (ראה איור).



רק המטען q_3 המונח בקודקוד השמאלי העליון תורם לעוצמת השדה החשמלי במרכז הריבוע, כי תרומתם של שני המטענים האחרים מתבטלת משיקולי סימטריה (ראה גם תרגיל 9). ראשית, נחשב את המרחק r בין קודקוד הריבוע לבין מרכזו O באמצעות משפט פיתגורס:

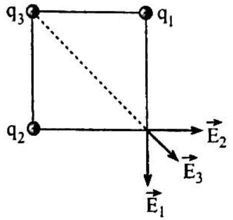
$$r = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2}} \qquad \Rightarrow \qquad r^2 = \frac{a^2}{2}$$

נציב את r^2 בביטוי המבטא את עוצמת השדה $\vec{E}_O$. בהמשך, נחשב את הכוח $\vec{F}_O$ הפועל על המטען $q'=-5q$ במרכז הריבוע:

$$\vec{E}_O=\frac{2kq}{a^2} \quad\Rightarrow\quad \vec{F}_O=\vec{E}_Oq'=\frac{2kq(-5q)}{a^2}=-\frac{10kq^2}{a^2}$$

כיוון הכוח הוא אל המטען q_3.

ב. נסמן את וקטורי עוצמת השדה החשמלי הפועלים בקודקוד הרביעי ב- $\vec{E}_1,\vec{E}_2,\vec{E}_3$.



על סמך הסעיף הקודם ובהתאם לחוק ריבוע המרחק $E_3=\frac{E_O}{4}=\frac{2kq}{4a^2}=\frac{kq}{2a^2}$ (כי המרחק בין קודקודים נגדיים כפול מהמרחק בין הקודקוד למרכז). בנוסף, גודלם של הווקטורים האחרים (ערכם המוחלט) מקיים:

$$E_1=E_2=\frac{kq}{a^2}$$

נכנה $\vec{E}_{1+2}$ את הווקטור השקול של $\vec{E}_1$ ו- $\vec{E}_2$. כיוונו של $\vec{E}_{1+2}$ ככיוון הווקטור $\vec{E}_3$ וערכו:

$$E_{1+2}=\sqrt{E_1^{\,2}+E_2^{\,2}}=\sqrt{\left(\frac{kq}{a^2}\right)^2+\left(\frac{kq}{a^2}\right)^2}=\sqrt{\frac{2(kq)^2}{a^4}}=\frac{kq}{a^2}\sqrt{2}$$

עתה נחבר לערך שקיבלנו את ערכו של $\vec{E}_3$ ונקבל את ערכו של השדה השקול $\vec{E}_T$:

$$E_T=\frac{kq}{a^2}\sqrt{2}+\frac{kq}{2a^2}=\frac{kq}{2a^2}\left(1+2\sqrt{2}\right)=1.914\frac{kq}{a^2}$$

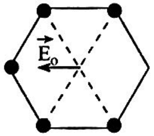
כדי לחשב את הכוח הפועל על מטען $q'=-5q$ נכפול את הערך שהתקבל בביטוי האחרון ב- $(-5q)$:

$$F=E_Tq'=1.914\frac{kq}{a^2}\cdot(-5q)=-9.57\frac{kq^2}{a^2}$$

.12

א. משיקולי סימטריה, עוצמת השדה במרכז המשושה המשוכלל היא אפס, ראה פתרון לתרגיל 9 ותשובה לשאלת הבהרה מס' 13.

ב. אם מסלקים את המטען הימני, יש להתחשב בתרומתו של המטען בקודקוד השמאלי בלבד (כי הוא היחיד שאין מטען נגדי שיבטל את השפעתו).



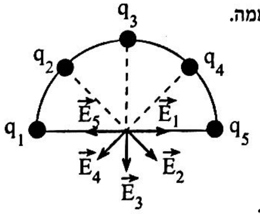
מטען זה יוצר במרכז המשושה וקטור שדה חשמלי המכוון שמאלה, וגודלו ניתן על ידי הביטוי:

$$E_O=\frac{kq}{a^2}$$

ג. לאחר הוספת המטען +q בקודקוד הימני הוא ייצור במרכז המשושה וקטור שדה חשמלי המכוון שמאלה בגודל E_O שחישבנו בסעיף ב'. לכן, עוצמת השדה החשמלי כפולה מהערך שחישבנו בסעיף הקודם, ועכשיו יהיה ערכה $E_O=2\frac{kq}{a^2}$, וכיוונה שמאלה.

.13

א. באיור מסומנים 5 וקטורים $\vec{E}_1,\ldots,\vec{E}_5$, המסמנים את עוצמות השדות החשמליים של המטענים $q_1,\ldots,q_2$ בהתאמה.



משיקולי סימטריה מתקיים:

$$\vec{E}_1+\vec{E}_5=0$$

הערכים המוחלטים של יתר הווקטורים שווים בגודלם, כלומר:

$$E_2=E_3=E_4=\frac{kq}{R^2}$$

הרכיבים האופקיים של הווקטורים $\vec{E}_2$ ו- $\vec{E}_4$ מבטלים זה את זה; לכן, הווקטור השקול $\vec{E}_T$ מכוון כלפי מטה. הזווית בין כל שני וקטורים סמוכים היא בת 45°. מטיעונים אלה עולה כי:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \quad \Rightarrow \quad E_T = E_3 + E_2\cos 45° + E_4 \cos 45°$$

$$E_T = E_3 + 2E_2\cos 45° = \frac{kq}{R^2} + 1.41\frac{kq}{R^2} = 2.41\frac{kq}{R^2}$$

ב. לפי החוק השני של ניוטון, תאוצתו של אלקטרון המשוחרר בנקודה O (או אלקטרון החולף בנקודה זו) מקיימת:

$$a_e = \frac{\sum F}{m_e} = \frac{Eq_e}{m_e} = \frac{2.41kqq_e}{m_e R^2}$$

ג. תאוצת האלקטרון משתנה, כי הוא נע בשדה שעוצמתו משתנה (שדה שאינו אחיד).

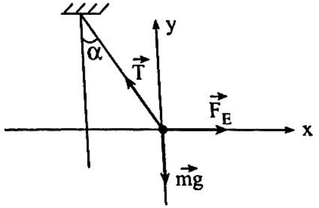
ד. ניתן לסלק את המטענים q_1 ו- q_5 מבלי לשנות את עוצמת השדה בנקודה O, כפי שמוסבר בסעיף 1.

תנועת מטען בשדה אחיד

.14

א. קווי השדה מכוונים ממטענים חיוביים למטענים שליליים; מכאן שהלוח השמאלי טעון במטענים חיוביים והלוח הימני בשליליים.

ב.



על הכדור פועלים הכוחות הבאים: כוח הכובד המופעל על ידי כדור הארץ, הכוח החשמלי הנובע מהשדה החשמלי והמתיחות של החוט.

ג. הכדור נמצא בשיווי משקל, לכן:

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad T\sin\alpha = Eq$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T\cos\alpha = mg$$

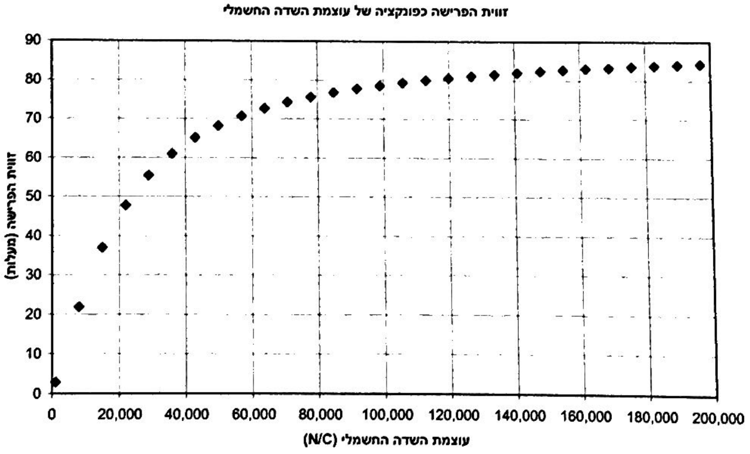
נחלק את המשוואות זו בזו ונקבל:

$$\tan\alpha = \frac{Eq}{mg} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{mg\cdot\tan\alpha}{q} = \frac{10^{-3}\cdot 10\cdot\tan 30°}{0.5\cdot 10^{-6}} = 1.15\cdot 10^4\, N/C$$

מהצבת ערך עוצמת השדה במשוואה הראשונה, מתקבל:

$$T = \frac{Eq}{\sin 30°} = \frac{1.15\cdot 10^4\cdot 0.5\cdot 10^{-6}}{0.5} = 0.0115N$$

15. מצורף גרף זווית הפרישה כתלות בעוצמת השדה החשמלי, $\tan\alpha = \frac{q}{mg}\cdot E$.



בתנאי השאלה, החוט מסוגל לשאת מתיחות של

בציר האנכי מתקיים:

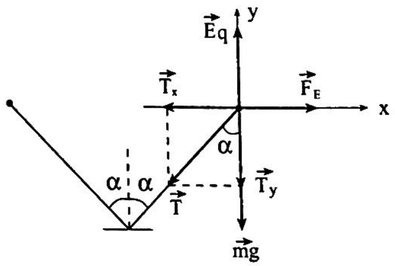
$$T_{MAX} = \frac{mg}{\cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = \frac{mg}{T}$$

$$(\cos\alpha)_{min} = \frac{mg}{10mg} = 0.1$$

$$\Rightarrow \alpha_{MAX} = 84.26°$$

.16

א. נתון: $\alpha = 1.2°$, $q = 60\ nC$, $l = 1m$, $m = 10^{-5}kg$. מצורף איור המתאר את הכוחות הפועלים על הכדור הימני:



ב. המרחק בין הכדורים הוא $r = 2l\sin\alpha$, והכדורים נמצאים במצב שיווי משקל. לכן מתקיים:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T\cdot\sin\alpha = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$T = \frac{kq^2}{(2l\sin\alpha)^2\cdot\sin\alpha} = \frac{9\cdot10^9\cdot(60\cdot10^{-9})^2}{(2\cdot1\cdot\sin1.2°)\sin1.2°} = 0.88N$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow T\cos\alpha + mg = Eq$$

$$\Rightarrow E = \frac{T\cos\alpha + mg}{q} = \frac{0.88\cdot\cos1.2° + 10^{-4}}{60\cdot10^{-9}} = 1.47\cdot10^7\ N/C$$

.17

א. וקטור עוצמת השדה החשמלי מכוון כלפי מעלה, בניגוד לכיוון תאוצתו של האלקטרון.

ב. לפי החוק השני של ניוטון, תאוצת האלקטרון היא:

$$a_e = \frac{F_E}{m_e} = \frac{Eq_e}{m_e}$$

$$\Delta x = \frac{at^2}{2} = \frac{Eq_e t^2}{2m_e} \Rightarrow E = \frac{2m_e\Delta x}{q_e t^2} = \frac{2\cdot9.11\cdot10^{-31}\cdot6}{1.6\cdot10^{-19}\cdot(5\cdot10^{-6})^2} = 2.73N/C$$

.18

א. לפי התרגיל הקודם מתקיים:

$$E = \frac{2m_p\Delta x}{q_p t^2} = \frac{2\cdot1.67\cdot10^{-27}\cdot0.03}{1.6\cdot10^{-19}\cdot(2\cdot10^{-6})^2} = 156.56\ N/C$$

ב. הפרוטון התחיל את תנועתו ממנוחה, לכן:

$$v = at = \frac{Eq_p}{m_p}t = \frac{156.56\cdot1.6\cdot10^{-19}}{1.67\cdot10^{-27}}\cdot2\cdot10^{-6} = 3\cdot10^4\ m/s$$

ג. נציב את מהירות הפרוטון בביטוי של האנרגיה הקינטית:

$$E_k = \frac{m_p v^2}{2} = \frac{1.67\cdot10^{-27}\cdot(3\cdot10^4)^2}{2} = 7.515\cdot10^{-19}\ J$$

ד. על פי משפט עבודה ואנרגיה, עבודת הכוח החשמלי בעת פעולתו על הפרוטון, שווה לאנרגיה הקינטית שצבר הפרוטון; לכן, ערכה $7.515\cdot10^{-19}\ J$.

.19

א. לפי החוק השני של ניוטון מתקיים:

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{Ee}{m_e} = \frac{2\cdot10^3\cdot1.6\cdot10^{-19}}{9.11\cdot10^{-31}} = 3.5\cdot10^{14}\ m/s^2$$

<u>הערה</u>: תאוצה זו עצומה, כי מסתו של האלקטרון קטנה מאוד.

ב. נסמן את המרחק בין הלוחות ב-Δx. מתקיים:

$$\Delta x = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\Delta x}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot0.02}{3.5\cdot10^{14}}} = 1.07\cdot10^{-8}s$$

ג.

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x = 0 + 2a\Delta x$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta x} = \sqrt{2\cdot3.5\cdot10^{14}\cdot0.02} = 3.74\cdot10^6\ m/s$$

ד. ניתן לחשב את האנרגיה הקינטית הסופית של האלקטרון במישרין, כמו בתרגיל 18 סעיף ג' או באמצעות משפט עבודה ואנרגיה. נדגים את שתי האפשרויות:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{9.11\cdot10^{-31}\cdot(3.74\cdot10^6)^2}{2} = 6.37\cdot10^{-18}\ J$$

$$E_k = W = F\cdot\Delta x = E\cdot e\cdot\Delta x = 2\cdot10^3\cdot1.6\cdot10^{-19}\cdot0.02 = 6.4\cdot10^{-18}\ J$$

כצפוי, שתי התשובות מתלכדות בגבול הדיוק של החישובים.

.20

א. על פי נתוני השאלה, מהירות הפרוטון צריכה להתאפס לאחר שהוא התקדם מרחק של Δx=2cm.

$$v^2 = v_0^{\,2} + 2a\Delta x$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{v^2 - v_0^{\,2}}{2\Delta x} = \frac{0-(10^5)^2}{2\cdot 0.02} = -2.5\cdot 10^{11}\, m/s^2$$

גודל עוצמת השדה החשמלי הוא:

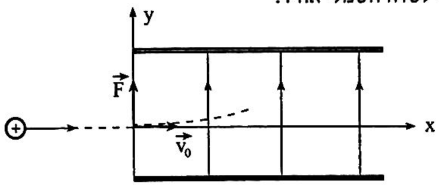
$$E = \frac{\sum F}{q} = \frac{ma}{q} = \frac{1.67\cdot 10^{-27}\cdot(2.5\cdot 10^{11})}{1.6\cdot 10^{-19}} = 2.61\cdot 10^3\, N/C$$

ב. כשהפרוטון משנה כיוון, מהירותו הרגעית היא $v = 0$. על פי משוואת המהירות לתנועה שוות תאוצה, מתקבל:

$$v_t = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{0-10^5}{-2.5\cdot 10^{11}} = 4\cdot 10^{-7}\, s$$

ג. משך זמן ירידת הפרוטון ומשך זמן עלייתו שווים, בדומה לתנועת גוף הנזרק מעלה בכיוון אנכי בשדה הכובד. סה"כ זמן תנועת הפרוטון בין הלוחות כפול מהזמן המחושב בסעיף הקודם וערכו $t' = 2t = 8\cdot 10^{-7}s$.

.21 הפרוטון נכנס לשדה חשמלי אחיד:



א. נתון: $v_0 = 3\cdot 10^6 m/s$, $d = 3cm$, $l = 5cm$, $E = 2\cdot 10^3 N/C$.

הכוח שהשדה החשמלי מפעיל על הפרוטון הוא:

$$F = Eq = 2\cdot 10^3\cdot 1.6\cdot 10^{-19} = 3.2\cdot 10^{-16}\, N$$

ב. נחשב את תאוצת הפרוטון:

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{3.2\cdot 10^{-16}}{1.67\cdot 10^{-27}} = 1.92\cdot 10^{11} m/s^2$$

כיוון תאוצת הפרוטון הוא כלפי מעלה.

ג. אפשר לדמות תנועה זו לזריקה אופקית סמוך לפני כדור הארץ כלומר, צורת המסלול מתוארת על ידי פרבולה. (יש לשים לב שהפרוטון עולה למעלה בעת התקדמותו בשדה). הוכחה מתמטית מפורטת למשוואת המסלול נמצאת בספר הלימוד בפרק 4, דוגמה מס' 6.

ד. נחשב את הזמן הדרוש כדי שהפרוטון יעבור מרחק אופקי של 3cm:

$$\Delta x = v_{0x}\Delta t \qquad \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_{0x}} = \frac{0.03}{3\cdot 10^6} = 10^{-8} s$$

ה. נבדוק תוך כמה זמן חולף הפרוטון לכל אורך הלוחות (5cm):

$$\Delta t' = \frac{l}{v_{0x}} = \frac{0.05}{3\cdot 10^6} = 1.67\cdot 10^{-8} s$$

נבדוק איזה מרחק אנכי עובר הפרוטון בפרק הזמן הזה:

$$y = \frac{a(\Delta t')^2}{2} = \frac{1.92\cdot 10^{11}\cdot(1.67\cdot 10^{-8})^2}{2} = 2.68\cdot 10^{-5} m = 2.68\cdot 10^{-3} cm$$

$y < 1.5cm$; לכן, הפרוטון אינו פוגע בלוח.

.22

א. נביע את משוואת המסלול של האלקטרון:

$$x(t) = v_{0x}t \qquad \Rightarrow \quad t = \frac{x(t)}{v_{0x}}$$

$$y(t) = v_{0y}t + \frac{at^2}{2}$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{v_{0y}x}{v_{0x}} + \frac{Ee}{2m_e}\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 = \frac{v_0\cdot\sin\alpha\cdot x}{v_0\cos\alpha} + \frac{E\cdot e\cdot x^2}{2m_e\cdot(v_0\cdot\cos\alpha)^2}$$

$$\Rightarrow y(x) = \tan 10^\circ x + \frac{-2\cdot 10^4\cdot 1.6\cdot 10^{-19}\cdot x^2}{2\cdot 9.11\cdot 10^{-31}\cdot(3\cdot 10^6\cdot\cos 10^\circ)^2}$$

$$y(x) = 0.1763x - 201.2130x^2$$

ב. אם יש פתרון עבור $y = 0.02m$ פירוש הדבר שהאלקטרון פוגע בלוח העליון. נציב במשוואה $y = 0.02m$ ונבדוק:

$$201.2130x^2 - 0.176x + 0.02 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (0.176)^2 - 4\cdot 201.2130\cdot 0.02 \approx (-16) < 0$$

למשוואה זו אין פתרון ממשי, לכן האלקטרון אינו פוגע בלוח העליון.

נציב עתה $y = 0$ כדי לבדוק אם האלקטרון פוגע בלוח התחתון. מתקבל:

$$201.2130x^2 - 0.176x = 0$$

זוהי משוואה ריבועית שפתרונותיה הם $x=0$ (מתאים לנקודת הכניסה של האלקטרון לשדה), וגם:

$$x = \frac{0.176}{201.2130} \approx 8.75\cdot 10^{-4} m = 0.088cm$$

מפתרון זה נובע שהאלקטרון פוגע בלוח התחתון, במרחק 0.088cm מנקודת כניסתו לשדה.

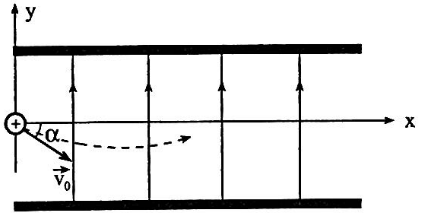
ג. גודל מהירות הפגיעה זהה לגודל מהירות כניסת האלקטרון למרחב שבין הלוחות. בכיוון האופקי המהירות קבועה וערכה:

$$v_x = v_0 \cos 10° = 3\cdot 10^6 \cdot \cos 10° = 2.95\cdot 10^6 m/s$$

בכיוון האנכי: $v_y = v_0 \sin 10° = 3\cdot 10^6 \cdot \sin 10° = 5.21\cdot 10^5 m/s$ (בכיוון $-y$).

.23

א. כיוון מהירות הפרוטון יוצר זווית α עם הציר האופקי:



ב. הפרוטון מפסיק את ירידתו כאשר הרכיב האנכי של המהירות, $v_y = 0$. הבעיה דומה לזריקה בליסטית סמוך לפני כדור הארץ: שיא הגובה הוא המקום בו המהירות האנכית מתאפסת. נבחר מערכת צירים xy כך שראשיתה במקום שבו נכנס הפרוטון לתוך השדה, ונביע את מהירות הפרוטון בכיוון האנכי: $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y\Delta y = v_{0y}^2 + 2a_y(y_t - y_0)$

לפי בחירת מערכת הצירים, $y_0 = 0$. כדי לחשב את y_{min} – הערך הנמוך ביותר של y לאורך מסלול הפרוטון, נציב $v_y = 0$.

$$0 = v_{0y}^2 + 2a_y \cdot y_{min}$$

$$(1)\qquad y_{min} = \frac{-v_{0y}^2}{2a_y} = \frac{-(v_0\sin\theta)^2}{2(E\cdot e/m_p)} = -\frac{m_p(v_0\sin\theta)^2}{2Ee}$$

ג. נבטא את משוואת המקום של הפרוטון על הציר האנכי y, ונציב $y = 0$:

$$y(t) = -v_{0y}t + \frac{at^2}{2} = -v_{0y}t + \frac{Ee}{2m_p}t^2 = 0$$

$$-v_{0y}t = -\frac{Ee}{2m_p}t^2 \quad\Rightarrow\quad t = \frac{v_{0y}\cdot 2m_p}{Ee}$$

הזמן t בביטוי האחרון מייצג את זמן הגעת הפרוטון לגובה $y = 0$ שהיה בו כאשר נכנס לשדה החשמלי. נציב זמן זה במשוואת המקום על הציר האופקי $x(t)$:

$$(2)\qquad x(t) = v_{0x}t = v_0\cos\theta\frac{v_0\sin\theta\cdot 2m_p}{Ee}$$

ד. נציב את נתוני השאלה במשוואות 1 ו-2 שפיתחנו בסעיפים ב' ו-ג'.

$$(1)\ y_{min} = -\frac{m_p(v_0\sin\theta)^2}{2Ee} = -\frac{1.67\cdot 10^{-27}(5\cdot 10^6\sin 15°)^2}{2\cdot 6\cdot 10^5\cdot 1.6\cdot 10^{-19}} \approx -1.46\cdot 10^{-2}m = -1.46cm$$

$$(2)\qquad x(t) = v_{0x}t = v_0\cos\theta\frac{v_0\sin\theta\cdot 2m_p}{Ee} \approx 0.217m = 21.7cm$$

24. נתונים: $l = 0.05m$, $v_0 = 2\cdot10^7 m/s$, $E = 10^4 N/C$, $L = 0.15m$

א. תנועת האלקטרון בכיוון ציר השפופרת, קצובה. לכן, זמן תנועתו t בין הלוחות הוא:

$$t=\frac{l}{v_0}=\frac{0.05}{2\cdot10^7}=2.5\cdot10^{-9}s$$

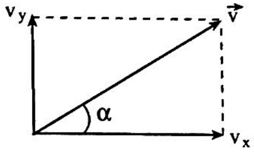
בפרק זמן זה, האלקטרון מתרחק מהציר בשיעור y_1 המקיים:

$$y_1 = v_{0y}\cdot t+\frac{at^2}{2}=0+\frac{Eet^2}{2m_e}=\frac{10^4\cdot1.6\cdot10^{-19}(2.5\cdot10^{-9})^2}{2\cdot9.11\cdot10^{-31}}=5.49\cdot10^{-3}m$$

ב. המהירות האופקית v_x קבועה וערכה $v_0 = 2\cdot10^7 m/s$. נחשב את המהירות האנכית v_y של האלקטרון כאשר הוא יוצא מהלוחות:

$$v_y = v_{0y}+a_y t = 0+\frac{Eet}{m_e}=\frac{10^4\cdot1.6\cdot10^{-19}\cdot2.5\cdot10^{-9}}{9.11\cdot10^{-31}}=4.4\cdot10^6 m/s$$

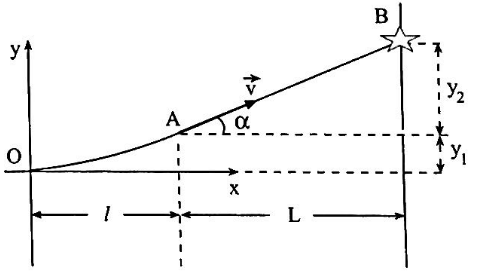
כפי שאפשר לראות באיור, מתקיים:



$$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{4.4\cdot10^6}{2\cdot10^7}=0.22$$

$$\alpha=12.4°$$

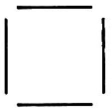
ג. לאחר שהאלקטרון יצא מהלוחות הוא נע בקו ישר, כי לא פעלו עליו כוחות. באיור הבא הקטע 0A מתאר את תנועת האלקטרון בין הלוחות והקטע AB מתייחס לחלק התנועה מחוץ ללוחות. נחשב את הגודל y_2 המתואר באיור:



$$\frac{y_2}{L}=\tan\alpha \quad\Rightarrow y_2 = L\cdot\tan\alpha=0.15\cdot0.22=0.033m$$

האלקטרון פוגע במסך במרחק $\Delta y = y_1+y_2 = 3.85\cdot10^{-2} m = 3.85cm$ מהציר.

ד. אם מוסיפים לשפופרת זוג לוחות ניצבים ללוחות הקיימים, ניתן יהיה להסיט את האלקטרונים לכל צירוף של ערכים y,z. לכן, הם יוכלו להגיע לכל נקודה על פני המסך. ראה איור במבט אל המסך:



25.

א. נחשב את המסה m של טיפת דיו, לפי הביטוי $m=\rho V$ שבו ρ היא צפיפות[1] הטיפה ו-V הוא נפחה. אנו מניחים שצורת הטיפה כדורית. לכן, נפחה ניתן על ידי הביטוי $V=\frac{4}{3}\pi r^3$.

מסת הטיפה היא: $m=\rho V=1000\cdot\frac{4}{3}\pi(16\cdot10^{-6})^3=1.716\cdot10^{-11}kg$

הזמן t שדרוש לטיפה כדי לחלוף בין הלוחות ניתן לחישוב על סמך ההנחה שמהירות הטיפות בכיוון האופקי קבועה. לכן: $t=\frac{x}{v_x}=\frac{0.018}{20}=9\cdot10^{-4}s$

בכיוון האנכי, הכוח השקול $\vec{F}_y$ על כל טיפה הוא הסכום של משקל הטיפה והכוח החשמלי הפועל עליה:

$\sum F_y = mg+Eq = 1.716\cdot10^{-11}\cdot10+6\cdot10^4 q$; q הוא מטען הטיפה.

במעבר בין הלוחות, מוסחת כל טיפה בשיעור $y = 0.25mm$. נרשום את משוואת המקום של הטיפה בציר y כתלות בזמן ונציב בה $t=9\cdot10^{-4}\ s$:

$$y=0+\frac{1}{2}at^2=\frac{\sum F_y}{2m}t^2=\frac{1.716\cdot10^{-10}+6\cdot10^4q}{2\cdot1.716\cdot10^{-11}}(9\cdot10^{-4})^2=0.25\cdot10^{-3}m$$

$$q=[0.25\cdot10^{-3}\frac{2\cdot1.716\cdot10^{-11}}{(9\cdot10^{-4})^2}-1.716\cdot10^{-10}]\cdot\frac{1}{6\cdot10^4}=1.73\cdot10^{-13}C$$

ב. כל טיפה מאבדת n אלקטרונים. לכן: $q=ne \quad\Rightarrow n=\frac{q}{e}=\frac{1.73\cdot10^{-13}}{1.6\cdot10^{-19}}\approx1.1\cdot10^6$

ג. כוח הכובד הפועל על כל טיפה הוא: $w=1.71\cdot10^{-10}N$

ואילו גודל הכוח החשמלי הוא: $F_E=Eq=6\cdot10^4\cdot1.73\cdot10^{-13}=10^{-8}N$

כוח הכובד קטן בערך פי 100 מהכוח החשמלי, לכן הוא אינו משמעותי.

[1] צפיפות המים היא $1g/cm^3 = 1000\ kg/m^3$.

26. היחס בין כוח הכובד לבין הכוח החשמלי הוא:

$$\frac{F_E}{mg}=10 \quad \Rightarrow \frac{Eq}{10m}=10$$

$$\frac{q}{m}=\frac{100}{E}=\frac{100}{1.2\cdot 10^5}=8.33\cdot 10^{-4}\,C/kg$$

תשובות לשאלות נוספות

27.

א. נתייחס לגרעין המימן כאל מטען נקודתי. גודל עוצמת השדה של מטען במרחק הנתון הוא:

$$E_p=k\frac{q}{r^2}=\frac{9\cdot 10^9\cdot 1.6\cdot 10^{-19}}{(0.5\cdot 10^{-10})^2}=5.76\cdot 10^{11}\,N/C$$

ב. האלקטרון נע בתנועה מעגלית בהשפעת הכוח החשמלי (הרדיאלי) בינו לבין הפרוטון. לכן:

$$F=Eq=m\frac{v^2}{r}$$

$$v=\sqrt{\frac{Eqr}{m_e}=\frac{5.76\cdot 10^{11}\cdot 1.6\cdot 10^{-19}\cdot 0.5\cdot 10^{-10}}{9.11\cdot 10^{-31}}}=2.25\cdot 10^6\,m/s$$

ג. עוצמת השדה החשמלי של גרעין הנחושת גדולה פי 29 מעוצמת השדה החשמלי של גרעין המימן, כי מטען גרעין הנחושת גדול פי 29 ממטען הפרוטון. לכן:

$$E_{Cu}=29\cdot E_p=29\cdot 5.76\cdot 10^{11}=1.67\cdot 10^{13}\,N/C$$

28. נחשב את עוצמת השדה החשמלי שבו נמצא המטען q:

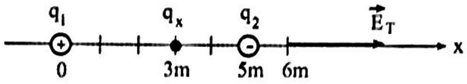
$$F=Eq \quad \Rightarrow \quad E=\frac{F}{q}=\frac{5\cdot 10^{-12}}{3\cdot 10^{-9}}=1.667\cdot 10^{-3}\,N/C$$

מטענו של גרעין ברזל גדול פי 26 ממטענו של פרוטון. לכן:

$$F=Eq=1.667\cdot 10^{-3}\cdot 26\cdot 1.6\cdot 10^{-19}=6.93\cdot 10^{-21}\,N$$

29. וקטור עוצמת השדה החשמלי השקול $\vec{E}_T$ בנקודה (6m,0) הוא הסכום הווקטורי של שלושה וקטורים, המייצגים את עוצמת השדה החשמלי של המטענים q_1, q_2, q_x. נסמן וקטורים אלה ב- $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_x$ בהתאמה. r_1, r_2, r_x מציינים את מרחקי המטענים מהנקודה (6m,0) בהתאמה.

נביע את E_T:



$$E_T=E_1+E_2+E_x=k\left(\frac{q_1}{r_1^2}+\frac{q_2}{r_2^2}+\frac{q_x}{r_x^2}\right)$$

$$9\cdot 10^9\left(\frac{8\cdot 10^{-9}}{6^2}+\frac{-12\cdot 10^{-9}}{1^2}+\frac{q_x}{3^2}\right)=8$$

$$-106+10^9 q_x=8$$

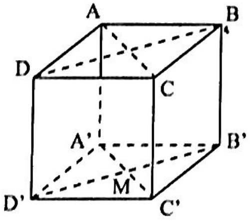
$$q_x=\frac{114}{10^9}=114\cdot 10^{-9}=114nC$$

30.

א. עוצמת השדה החשמלי במרכז הקובייה היא אפס משיקולי סימטריה.

ב. משיקולי סימטריה, המטענים שבקודקודי הבסיס אינם תורמים לעוצמת השדה החשמלי במרכז בסיס הקובייה. המטענים שבקודקודי "מכסה" הקובייה תורמים לעוצמת השדה במקום זה אך ורק בכיוון האנכי (בכיוון האופקי תרומתם מתבטלת משיקולי סימטריה). נסמן את תרומתו של כל מטען לשדה, במרכז הבסיס, ב- $\vec{E}$.

הקטע c המחבר כל אחד מהקודקודים שבמכסה הקובייה עם מרכז הבסיס מקיים:

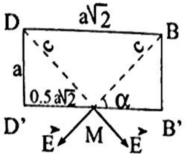


$$c^2=a^2+(a\sqrt{2}/2)^2=1.5a^2$$

לכן:

$$E=\frac{kq}{c^2}=\frac{kq}{1.5a^2}$$

כל אחד מהווקטורים $\vec{E}$ יוצר עם הבסיס זווית α.



$$\tan\alpha = a/0.5a\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 54.74°$$

תרומת כל אחד מארבעת הווקטורים $\vec{E}$ לשדה החשמלי במרכז הבסיס היא $E\sin\alpha$. לכן:

$$E_{TOTAL} = 4\frac{kq}{1.5a^2}\sin 54.74° = 2.18\frac{kq}{a^2}$$

בכיוון מטה.

31.

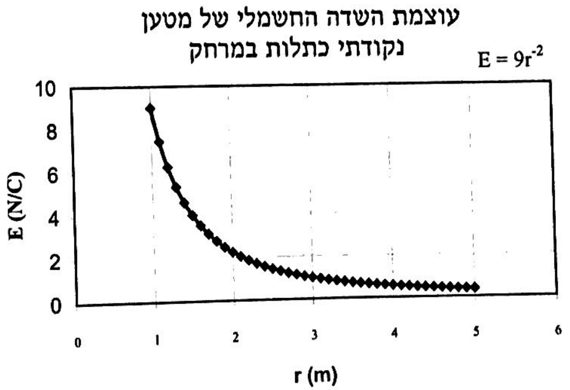
א. הכוח הפועל על האלקטרון הוא בגודל:

$$F = k\frac{q_p e}{r^2} = 9\cdot10^9\frac{(1.6\cdot10^{-19})^2}{0.01^2} = 2.30\cdot10^{-24}\,N$$

$$a = \frac{\sum F}{m_e} = \frac{2.30\cdot10^{-24}}{9.11\cdot10^{-31}} = 2.53\cdot10^6\,m/s^2$$

ב. האלקטרון מתקרב לפרוטון, לכן הכוח שפועל עליו הולך וגדל. תאוצת הפרוטון פרופורציונית לכוח הפועל עליו, לכן התאוצה גדֵלה. מהירותו של האלקטרון הולכת וגדֵלה.

32. מצורף גרף עוצמת השדה החשמלי כתלות במרחק.



א. עוצמת השדה החשמלי קטנה לעשירית מערכה ההתחלתי E_1, כאשר מתקיים:

$$E_{r1} = \frac{1}{10}E_1$$

$$\frac{kq}{r_1^2} = \frac{1}{10}\left(\frac{kq}{r^2}\right) \quad\Rightarrow\quad r_1 = r\sqrt{10}$$

ב. באותו אופן, עוצמת השדה החשמלי קטֵנה למאית מערכה ההתחלתי E_1, כאשר מתקיים:

$$\frac{kq}{r_2^2} = \frac{1}{100}\frac{kq}{r^2} \quad\Rightarrow\quad r_2 = 10r$$

עוצמת השדה תהיה זניחה כאשר ערכה יהיה קטן מערך שרירותי מסוים. למשל, במקרה מסוים, עוצמת השדה תהיה זניחה כאשר עוצמתה תקטן פי 100, במקרה אחר פי 1000 וכו', תלוי במקרה.

פרק 5 – פוטנציאל חשמלי

תשובות לשאלות הבהרה

1. מבין הגדלים המוזכרים, רק עוצמת השדה הינה גודל וקטורי.

2. אם המטען נע בניצב לכיוונו של וקטור השדה החשמלי, הכוחות החשמליים של השדה אינם מבצעים עבודה על המטען. נסמן את עבודת השדה החשמלי ב-W_E, את העתק המטען ב-$\Delta\vec{r}$, את הכוחות החשמליים ב-$\vec{F} = \vec{E}q$, ואת הזווית בין הכוח להעתק ב-α. לפי הגדרת העבודה מתקבל: $W_E = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\cdot\Delta r\cdot\cos\alpha$. אם המטען נע בניצב לווקטור השדה החשמלי, אז $\alpha = 90°$, $\cos 90° = 0$, ולכן $W_E = 0$.

3.
- כאשר מטען נע בניצב לקווי השדה החשמלי, עבודת השדה החשמלי היא אפס (ראה תשובה לשאלה קודמת).
- כאשר מטען נע לאורך משטח שווה פוטנציאלים, לא נעשית עבודה על ידי הכוח שהשדה מפעיל ולא דרושה עבודה מגורם חיצוני, כי האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית האגורה במערכת, אינה משתנה. מכאן שעבודת השדה החשמלי על המטען היא אפס.
- משני הטיעונים הקודמים נובעת המסקנה הבאה: משטחים שווי פוטנציאל מאונכים לקווי השדה החשמלי.

4.

א. מטען חיובי חופשי נע מפוטנציאל גבוה לפוטנציאל לנמוך.

ב. האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת החשמלית קטֵנה.

ג. המטען צובר אנרגיה קינטית על חשבון האנרגיה הפוטנציאלית (המטען מואץ).

5.

א. מטען שלילי חופשי נע מפוטנציאל נמוך לפוטנציאל גבוה.

ב. האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת החשמלית קטֵנה.

ג. המטען צובר אנרגיה קינטית על חשבון האנרגיה הפוטנציאלית (המטען מואץ).

6. יש להבין את משמעות הטענה "השדה האלקטרוסטטי הינו שדה משמר" באופן הבא: עבודת הכוחות החשמליים המתבצעת על מטען שנע בשדה בין שתי נקודות כלשהן, אינה תלויה בצורת המסלול שהמטען עובר בו. דוגמה נוספת לשדה משמר היא שדה הכובד.

7. בתחום שבו הפוטנציאל קבוע, האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת החשמלית אינה משתנה. לכן מתקיים: $|\Delta U| = |\Delta V\cdot q| = |Eq\cdot\Delta r| = 0$. לכן, עוצמת השדה החשמלי היא 0.

8. אילו פני המוליכים היו משטחים שוני פוטנציאל, המטען החשמלי על פניהם לא היה במנוחה. לדוגמה: מטען שלילי היה נע מפוטנציאל נמוך לפוטנציאל גבוה.

9. עוצמת השדה החשמלי מייצגת את מידת שינוי הפוטנציאל ΔV ליחידת התקדמות Δr בתוך שדה חשמלי.
דוגמה לשאלת חישוב:
נתון אזור שבו קיימים מטענים חשמליים הנמצאים במנוחה. ידוע שבין שתי נקודות המרוחקות זו מזו $3cm$ קיים הפרש פוטנציאלים של $24V$. מהי העוצמה הממוצעת של השדה החשמלי באזור הנתון?

10. היחידות של גרדיאנט הטמפרטורה מיוצגות על ידי יחידות טמפרטורה מחולקות ביחידת מרחק. למשל, מעלות צלזיוס חלקי מטר – $[°C/m]$.

11. $$\frac{[V]}{[m]} = \frac{[J]/[C]}{[m]} = \frac{[N]\cdot[m]}{[C]\cdot[m]} = \frac{[N]}{[C]}$$

12.

א. $1eV$ היא כמות האנרגיה המוענקת לאלקטרון (או הנגרעת ממנו) כאשר הוא נע (בהשפעת כוחות חשמליים) בין שתי נקודות שהפרש הפוטנציאלים ביניהן הוא $1Volt$.

ב. פרוטון זה הואץ בשדה חשמלי בין שתי נקודות שהפרש הפוטנציאלים ביניהן הוא $12V$.
לדוגמה: הפרוטון שוחרר ממנוחה בנקודה a שהפוטנציאל בה $36V$ וחולף בנקודה b שהפוטנציאל בה הוא $24V$. בעוברו בנקודה b, האנרגיה הקינטית של הפרוטון היא $12eV$.

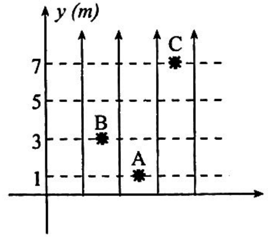
פתרונות לתרגילים

תנועת מטען בשדה חשמלי אחיד

1. הקדמה: בשאלה זו ובדומות לה, מומלץ לפעול על פי הגישה הבאה:
- ראשית יש לברר מנתוני השאלה איזו מבין שתי הנקודות נמצאת בפוטנציאל גבוה יותר.
- את הערך המוחלט של הפרש הפוטנציאלים נביע על פי הקשר:

$$E\cdot\Delta x=|\Delta V|$$

- צירוף שתי ידיעות אלה מאפשר להשיב על השאלות כהלכה.



א. במקרה זה, $V_A > V_B$ כי קווי שדה מכוונים במורד הפוטנציאל או מפוטנציאל גבוה לנמוך.

$V_B - V_A = -7.2\cdot10^3$ V לכן ; $|E\Delta y| = 3600\cdot(3-1) = 7.2\cdot10^3$ V

ב. $V_C - V_A = -|E\Delta y| = -|3600\cdot(7-1)| = -2.16\cdot10^4$ Volt

ג. $V_C - V_B = -|E\Delta y| = -|3600\cdot(7-3)| = -1.44\cdot10^4$ Volt

ד. $V_B - V_C = -(V_C - V_B) = +1.44\cdot10^4$ Volt

2.

א. מטענו של הפרוטון חיובי. לכן, כדי להעבירו מנקודה a לנקודה b, אם $V_a < V_b$, <u>גורם חיצוני</u> צריך לבצע עבודה כנגד הכוחות החשמליים הפועלים על הפרוטון. גודלה של עבודה זו הוא:

$$W=\Delta V\cdot q=(1000-200)\cdot1.6\cdot10^{-19}=1.28\cdot10^{-16}J$$

ב. עבור מיליון פרוטונים העבודה הדרושה היא:

$$W'=10^6\cdot W=10^6\cdot1.28\cdot10^{-16}=1.28\cdot10^{-10}J$$

3.

א. יש להעביר את האלקטרון מנקודה שהפוטנציאל בה $6V$ לנקודה בה ערך הפוטנציאל נמוך יותר, $-6V$. לכן, יש לבצע עבודה כנגד הכוחות החשמליים בשיעור:

$$W=\Delta V\cdot q=6-(-6)\cdot1.6\cdot10^{-19}=1.92\cdot10^{-18}J$$

ב. בדומה לשיקול שהוצג בפתרון תרגיל 2 בפרק זה:

$$W'=1000\cdot W=1000\cdot1.92\cdot10^{-18}=1.92\cdot10^{-15}J$$

ג. $$E=-\frac{\Delta V}{\Delta x}=-\frac{V_B-V_A}{\Delta x}=-\frac{[-6-(6)]}{0.04}=\frac{12}{0.04}=300\ V/m$$

וקטור עוצמת השדה החשמלי מכוון מ-A ל-B.

4.

א. נחשב את הערך המוחלט של עוצמת השדה החשמלי בין הלוחות לפי:

$$|E|=|\Delta V/\Delta x|=\frac{1000}{0.12}=8.33\cdot10^3V/m$$

כיוונו של וקטור עוצמת השדה החשמלי הוא מהלוח החיובי אל הלוח השלילי.

ב. הכוח החשמלי שפועל על פרוטון בשדה הוא:

$$F=Eq_p=8.33\cdot10^3\cdot1.6\cdot10^{-19}=1.33\cdot10^{-15}N$$

כיוון הכוח הוא בכיוונו של וקטור השדה החשמלי. כלומר, מהלוח החיובי אל הלוח השלילי.

ג. העבודה המתבצעת על הפרוטון על ידי הכוחות החשמליים היא:

$$W=F\cdot\Delta x=1.33\cdot10^{-15}\cdot0.12=1.6\cdot10^{-16}J$$

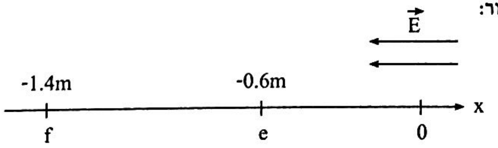
ד. השינוי באנרגיה הפוטנציאלית של הפרוטון בעוברו מלוח אחד לשני הוא:

$$\Delta U=\Delta V\cdot q=1000\cdot1.6\cdot10^{-19}=1.6\cdot10^{-16}J$$

כצפוי, התוצאות שהתקבלו בסעיפים ג' ו-ד' זהות.

5.

א. מצורף האיור:



ב. בשדה חשמלי אחיד, ערך הפוטנציאל יורד כאשר מתקדמים בכיוון קווי השדה. לכן, $V_e > V_f$ כלומר, הפוטנציאל בנקודה e גדול יותר מהפוטנציאל בנקודה f.

ג. בדומה לחישוב שהוצג בפתרון תרגיל 4-א בפרק זה:

$$|E| = |\Delta V / \Delta x| = \frac{400}{1.4-0.6} = 500V/m$$

ד. בדומה לחישוב בפתרון תרגיל 4-ד בפרק זה:

$$W = \Delta U = \Delta V \cdot q = 400 \cdot 5 \cdot 10^{-9} = 2 \cdot 10^{-6} J$$

ה.

$$W = \Delta U = \Delta V \cdot q = 400 \cdot \left(-2 \cdot 10^{-9}\right) = -8 \cdot 10^{-7} J$$

הערה: בעוד שהסימן האלגברי של העבודה בסעיף ג' חיובי, עבור המטען השלילי סימנו האלגברי שלילי. במקרה השני, כיוון הכוח החשמלי מנוגד לכיוון ההעתק.

6.

א. היות שהמטען חיובי, בהתקדמותו לאורך השדה החשמלי מהנקודה a לנקודה b האנרגיה הקינטית שלו גדלה. $V_b < V_a$, כלומר הפוטנציאל של הנקודה a גבוה מהפוטנציאל של הנקודה b בשיעור ΔV:

$$|\Delta E_k| = |\Delta U| = 6 \cdot 10^{-6} J$$

$$|\Delta V| = \frac{|\Delta U|}{q} = \frac{6 \cdot 10^{-6} J}{3 \cdot 10^{-9} C} = 2 \cdot 10^{3} Volt$$

לכן, $V_b = -2 \cdot 10^3 V$ ביחס לפוטנציאל של הנקודה a.

ב.

$$V_a - V_b = -(V_b - V_a) = -(-2 \cdot 10^{-3}) = 2 \cdot 10^{-3} Volt$$

ג. וקטור עוצמת השדה החשמלי מכוון מ-a ל-b וגודלו הוא:

$$|E| = \left|\frac{\Delta V}{\Delta x}\right| = \frac{2 \cdot 10^3}{0.1} = 2 \cdot 10^4 V/m$$

ד. לפי משפט עבודה ואנרגיה, עבודת הכוח החשמלי על המטען היא:

$$W = \Delta E_k = 6 \cdot 10^{-6} J$$

הגרדיאנט

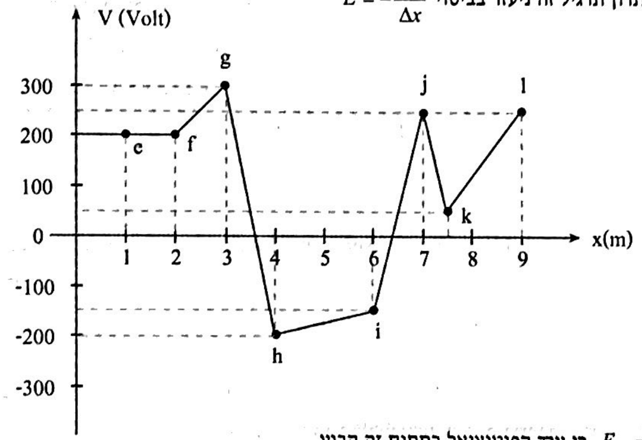
7.

א. גרדיאנט גובה ההר הוא:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(150-30)m}{(400-100)m} = 0.4$$

ב. טמפרטורת האוויר גדלה ב- 0.5°C בכל עלייה של מטר אחד. לכן, הפרש הטמפרטורות בין שכבת האוויר בגובה 6m לרצפה הוא 6·0.5 = 3°C. מכאן, שהטמפרטורה בגובה 6m היא 3 + 6 = 9°C.

8. בפתרון תרגיל זה ניעזר בביטוי $E = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$



$E_{ef} = 0$, כי ערך הפוטנציאל בתחום זה קבוע.

$E_{gh} = -\frac{-200-300}{4-3} = 500V/m$; וקטור השדה החשמלי מכוון בכיוון (+x).

$E_{ij} = -\frac{250-(-150)}{7-6} = -400V/m$; וקטור השדה החשמלי מכוון בכיוון (-x).

$E_{kl} = -\frac{250-50}{9-7.5} = -133.33V/m$; וקטור השדה החשמלי מכוון בכיוון (-x).

9. המטען מתחיל לדלוף מהלוחות כאשר עוצמת השדה החשמלי ביניהם גדולה מהערך $3\cdot10^6$ N/C. נסמן את המרחק בין לוחות הקבל ב-d. נחשב את המרחק הגבולי d_{min} בין הלוחות, המקיים:

$$|E| = \Delta V / d_{min} \quad \Rightarrow \quad d_{min} = \frac{\Delta V}{E}$$

$$\Rightarrow d_{min} = 3600/3\cdot10^6 = 1.2\cdot10^{-3}m = 1.2mm$$

במתח הנתון, אם המרחק בין הלוחות יקטן מ-1.2mm, תהיה דליפת מטען בין הלוחות.

אלקטרון וולט

10.

א. בתום ההאצה, האנרגיה הקינטית של היון היא:

$$\Delta E_k = \Delta V\cdot q = \Delta V\cdot 2(+e) = 200V\cdot 2\cdot 1.6\cdot10^{-19}C = 6.4\cdot10^{-17}J$$

ב. כדי לחשב ערך זה ביחידות eV, נציב במשוואה הקודמת $q = 2e$:

$$\Delta E_k = \Delta V\cdot q = 200V\cdot 2e = 400eV$$

11.

א. נחשב את האנרגיה הקינטית של האלקטרון ביחידות J, ואחר כך נמיר יחידות אלה ליחידות eV:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{9.11\cdot10^{-31}\cdot(8.4\cdot10^5)^2}{2} = \frac{3.214\cdot10^{-19}J}{1.6\cdot10^{-19}J/eV} = 2eV$$

מכאן שדרוש מתח עצירה של 2V.

ב. מתח האצה של $2V$ יאיץ את האלקטרון ממנוחה למהירות שצוינה בשאלה. למעשה, לשם כך יש להפוך את הקוטביות של מקור המתח שעצר את האלקטרון בסעיף א'.

ג. על פי הפתרונות של הסעיפים הקודמים, הפרש הפוטנציאלים בין תחילת מסלול האלקטרון לבין סוף מסלולו הוא 0.

12. הערה: מטרת תרגיל זה היא לאפשר ללומד להפנים את נוחות השימוש ביחידות eV כיחידות אנרגיה.

א. מתח האצה של $1V$ "מעניק" לאלקטרון אנרגיה קינטית של $1eV$.

ב. מתח האצה של $5V$ "מעניק" לאלקטרון אנרגיה קינטית של $5eV$.

ג. מתח האצה של $12MV$ "מעניק" לאלקטרון אנרגיה קינטית של $12MeV$.

הערה: הסימון MeV מציין 10^6eV כפי ש-$1MV$ מציין 10^6V.

13. נחשב את הפוטנציאל במרחק r מאחד האלקטרונים:

$$V = \frac{kq}{r} = \frac{9\cdot10^9\cdot(-1.6\cdot10^{-19})}{2\cdot10^{-10}} = -7.2Volt$$

נכפול את ערך הפוטנציאל שהתקבל במטענו של האלקטרון (הכוונה לאלקטרון "השני", הנמצא בשדה החשמלי של האלקטרון "הראשון").

$$U = Vq = -7.2\cdot(-1.6\cdot10^{-19}) = 11.52\cdot10^{-19}J$$

הצבת הערך e = 1 בביטוי הקודם מניבה את התוצאה U = 7.2eV.

אפשרות אחרת: ניתן להמיר את האנרגיה מיחידות SI (ג'ול) ליחידות eV באופן שהוצג בפתרון לשאלה 11-א.

הפוטנציאל של מטענים נקודתיים בשדה חשמלי

14. $$V = k\frac{q}{r} = 9\cdot10^9\frac{1.6\cdot10^{-19}}{10^{-10}} = 14.4Volt$$

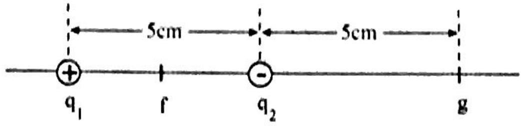
15. $$V = k\frac{q}{r} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{Vr}{k} = \frac{500\cdot0.4}{9\cdot10^9} = 2.2\cdot10^{-8}C$$

16. $$V = k\frac{q}{r} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{Vr}{k} = \frac{-200\cdot0.3}{9\cdot10^9} = -6.67\cdot10^{-9}C$$

17. הפוטנציאל של שני מטענים נקודתיים במקום מסוים, הוא הסכום האלגברי של הפוטנציאלים הנוצרים על ידי כל אחד מהמטענים (ומכונה לעתים הפוטנציאל השקול). הפוטנציאל הוא גודל סקלרי. לכן, במקרה זה:

$$V = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 9\cdot10^9\left(\frac{4.5\cdot10^{-6}}{0.4} + \frac{(-2\cdot10^{-6})}{0.4}\right) = 5.625\cdot10^4 Volt$$

18. בסעיפים א' ו-ב' של תרגיל זה נישם את השיקול שהוצג בפתרון התרגיל הקודם:



א. $V_f = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 9\cdot10^9\left(\frac{6\cdot10^{-9}}{0.025} + \frac{(-4\cdot10^{-9})}{0.025}\right) = 720Volt$

ב. $V_g = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 9\cdot10^9\left(\frac{6\cdot10^{-9}}{0.1} + \frac{(-4\cdot10^{-9})}{0.05}\right) = -180Volt$

ג. כאשר הפרוטון עובר מנקודה f לנקודה g, הכוח החשמלי מבצע עבודה על הפרוטון, כי $V_f > V_g$ (למעשה הכוח החשמלי מאיץ את הפרוטון). נחשב עבודה זו:

$$W = \Delta V \cdot q_p = 720-(-180)\cdot1.6\cdot10^{-19} = 1.44\cdot10^{-16}J$$

ד. העבודה <u>שכוח חיצוני מבצע</u> כדי להרחיק את q_1 לאינסוף, ניתנת לחישוב משיקולי אנרגיה:

$$W = U_\infty - U_r = 0 - k\frac{q_1\cdot q_2}{0.05} = -9\cdot10^9\cdot\frac{6\cdot10^{-9}\cdot(-4\cdot10^{-9})}{0.05} = 4.32\cdot10^{-6}J$$

הערה: עבודתו של הכוח החשמלי היא שלילית. לכן, לפי נוסח השאלה עדיפה התשובה:
$W = -4.32\cdot10^{-6}J$ (הכוח החשמלי מנוגד בכיוונו לכוח החיצוני, כי המטענים נמשכים זה לזה).

19.

א. לפי חוק קולון מתקיים:

$$F = k\frac{q_p\cdot q_e}{r^2} = 9\cdot10^9\frac{1.6\cdot10^{-19}\cdot(-1.6\cdot10^{-19})}{(0.53\cdot10^{-10})^2} = -8.2\cdot10^{-8}N$$

משמעותו של הסימן השלילי: הפרוטון והאלקטרון מושכים זה את זה.

ב. האנרגיה הפוטנציאלית של אטום המימן היא:

$$U = k\frac{q_p\cdot q_e}{r} = 9\cdot10^9\frac{1.6\cdot10^{-19}\cdot(-1.6\cdot10^{-19})}{0.53\cdot10^{-10}} = -4.35\cdot10^{-18}J$$

ג. האלקטרון נע בתנועה מעגלית. הכוח היחיד הפועל עליו הוא כוח המשיכה החשמלי שהפרוטון מפעיל עליו, אותו חישבנו בסעיף א'. לכן מתקיים:

$$\sum F = \frac{m_e v^2}{r} \quad\Rightarrow\quad m_e v^2 = F\cdot r$$

$$E_k = \frac{m_e v^2}{2} = \frac{F\cdot r}{2} = \frac{8.2\cdot10^{-8}\cdot0.53\cdot10^{-10}}{2} = 2.17\cdot10^{-18}J$$

ד. האנרגיה הכוללת של האטום היא סכום הערכים שחישבנו בסעיפים ב' ו-ג':

$$E_{TOTAL} = U + E = (-4.35+2.17)\cdot10^{-18} = -2.18\cdot10^{-18}J = \frac{-2.18\cdot10^{-18}J}{1.6\cdot10^{-19}J/eV} = -13.6eV$$

<u>הערה:</u>

- כאשר האנרגיה הכוללת, E_{TOTAL}, של אטום מימן היא שלילית, פירושה הוא: האלקטרון קשור לגרעין, בדומה לשיקולי האנרגיה שנלמדו בפרק הכבידה;
- המקרה הפרטי $E_{TOTAL} = 0$ מייצג את סף ניתוק האלקטרון מהפרוטון;
- $E_{TOTAL} > 0$ מתאר מצב בו האלקטרון מנותק מהפרוטון.

20.

א. נציב בנוסחאות של הפוטנציאל ושל עוצמת השדה החשמלי את הערכים הנתונים בשאלה:

1. $V = k\frac{q}{r}$
2. $E = k\frac{q}{r^2}$

נחלק את המשוואות זו בזו, ונחלץ את r מתוך הביטוי שמתקבל:

$$\frac{V}{E} = k\frac{q}{r}\cdot\frac{r^2}{kq} = r = \frac{50Volt}{200Volt/m} = 0.25m$$

<u>הערה:</u> היחס בין שני הגדלים בביטוי הקודם תקף רק בשדה בעל סימטריה כדורית.

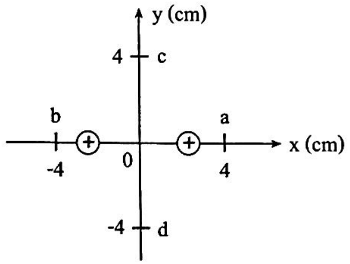
ב. נציב את ערכו של r במשוואה (1) ונחשב את ערכו של מטען הכדור:

$$V = k\frac{q}{r} \quad\Rightarrow\quad q = \frac{V\cdot r}{k} = \frac{50\cdot0.25}{9\cdot10^9} = 1.39\cdot10^{-9}C = 1.39nC$$

ג. נסמן ב-R את רדיוס הכדור ונחשב את ערכו מהביטוי של הפוטנציאל על פניו:

$$V_R = k\frac{q}{R} \qquad R = \frac{kq}{V_R} = \frac{9\cdot10^9\cdot1.39\cdot10^{-9}}{100} = 0.125m$$

.21



נבטא את הפוטנציאלים שנוצרים על ידי כל אחד מהמטענים; נסמן אותם ב-V_1 ו-V_2, ונחבר אותם חיבור אלגברי, כי הפוטנציאל הינו סקלר. נסמן ב-r_1 וב- r_2, בהתאמה, את המרחקים של המטענים מכל אחת מהנקודות שעבורן נחשב את הפוטנציאל.

א. בראשית הצירים $r_1 = r_2 = 0.03m$, וגם $V_1 = V_2$:

$$V_1 = V_2 = k\frac{q}{r} = 9\cdot10^9\frac{5\cdot10^{-6}}{0.03} = 1.5\cdot10^6 Volt$$

$$V_O = V_1 + V_2 = 3\cdot10^6 Volt$$

ב. מרחק הנקודה a מאחד מהמטענים הוא $r_1 = 1cm$ ומרחקה מהמטען השני הוא $r_2 = 7cm$ לכן:

$$V_1 = k\frac{q}{r_1} = 9\cdot10^9\frac{5\cdot10^{-6}}{0.01} = 4.5\cdot10^6 Volt$$

$$V_2 = k\frac{q}{r_2} = 9\cdot10^9\frac{5\cdot10^{-6}}{0.07} = 0.64\cdot10^6 Volt$$

$$V_a = V_1 + V_2 = 5.14\cdot10^6 Volt$$

ג. הפוטנציאל בנקודה b שווה בערכו לפוטנציאל בנקודה a, כי מרחקי המטענים מנקודה b הם 1cm ו-7cm, כמו בסעיף ב'.

ד. מרחקה של הנקודה c מכל אחד מהמטענים הוא 5cm (חיבור המטען עם הנקודה c והצירים יוצר משולש ישר זווית שניצביו הם 3cm ו-4cm. לכן, אורך היתר הוא r = 5cm). לכן:

$$V_1 = V_2 = k\frac{q}{r_1} = 9\cdot10^9\frac{5\cdot10^{-6}}{0.05} = 9\cdot10^5 Volt$$

$$V_c = V_1 + V_2 = 1.8\cdot10^6 V$$

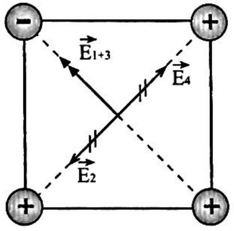
ה. מן השיקולים שהצגנו בסעיף ד', עולה כי גם הנקודה d מרוחקת 5cm מהמטענים. לכן, ערך הפוטנציאל בנקודה זו זהה לערך הפוטנציאל שהתקבל בסעיף ד'.

.22 תרגיל זה מכיל סעיפים רבים. נציג כאן פתרונות מלאים עבור שלושה מקרים:

א.

- הריבוע הראשון בטור הימני של האיורים;
- העיגול הראשון בטור הימני של האיורים;
- המשושה המשוכלל הראשון בטור הימני של האיורים.

מקרה א'



$$V = k\frac{q}{r}$$

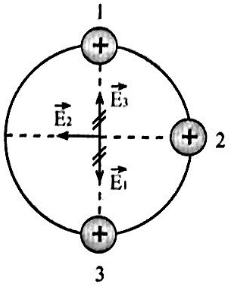
$$V_0 = k\frac{3q - q}{a\sqrt{2}/2} = \frac{4kq}{a\sqrt{2}} = \frac{2kq\sqrt{2}}{a}$$

$$E = k\frac{q}{r^2} \quad \Rightarrow$$

$$E_0 = 2k\cdot\frac{q}{\left(a\sqrt{2}/2\right)^2} = \frac{2kq}{2a^2/4} = \frac{4kq}{a^2}$$

וקטור עוצמת השדה החשמלי מכוון אל הקודקוד השמאלי העליון. תרומתם של המטענים 2 ו-4 לערכה של עוצמת השדה החשמלי מתבטלת משיקולי סימטריה.

מקרה ב'



$$V = k\frac{q}{r}$$

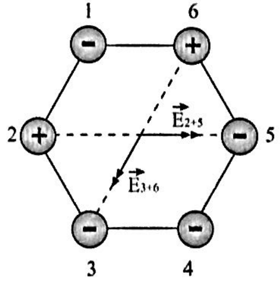
$$V_0 = 3k\frac{q}{r}$$

$$E = k\frac{q}{r^2}$$

$$E_2 = k\frac{q}{r^2}$$

כיוון וקטור עוצמת השדה החשמלי הוא שמאלה, כמתואר באיור.

מקרה ג'

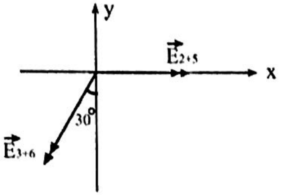


במקרה זה ערך הפוטנציאל הוא:

$$V = \frac{2q}{b} + \frac{4(-q)}{b} = -\frac{2q}{b}$$

התרומה של כל מטען לעוצמת השדה החשמלי השקול היא:

$$E_O = \frac{kq}{b^2}$$



לכן:

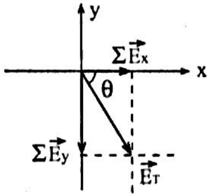
$$\sum E_x = \frac{2kq}{b^2} - \frac{2kq\sin 30°}{b^2} = \frac{kq}{b^2}$$

$$\sum E_y = \frac{2kq\cos 30°}{b^2} = 1.732\frac{kq}{b^2}$$

גודל הווקטור השקול E_T של שני רכיבים אלה הוא:

$$E_{TOTAL} = \sqrt{\left(\frac{kq}{b^2}\right)^2 + \left(1.73\frac{kq}{b^2}\right)^2} = 2\frac{kq}{b^2}$$

כיוונו של הווקטור השקול ניתן לפי הביטוי הבא:



$$\tan\theta = \frac{E_y}{E_x} = 1.732$$

$$\Rightarrow \quad \theta = 60°$$

ב. העבודה שיש לבצע כנגד הכוחות החשמליים, כדי להעביר מטען בוחן q לאינסוף מחושבת להלן.

1) עבור הריבוע:

$$W = V_\infty - \frac{2kq\sqrt{2}}{a}q = -\frac{2kq^2\sqrt{2}}{a}$$

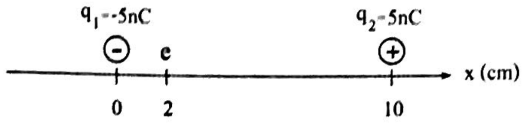
2) עבור העיגול:

$$W = V_\infty - \frac{3kq}{r}q = -\frac{3kq^2}{r}$$

3) עבור המשושה:

$$W = V_\infty - \frac{(-2kq)}{b}q = \frac{2kq^2}{b}$$

תנועת מטען בשדה חשמלי שאינו אחיד



.23

א. במקרה המתואר, התנועה היא בתאוצה משתנה, לכן יש לפתור שאלה זו באמצעות משפט "עבודה-אנרגיה". מכיוון שהכוח האלקטרוסטטי משמר, ניתן להשתמש בחוק שימור האנרגיה. נשווה את האנרגיה הכוללת ($E_{k1}+U_1$) במצב 1, בעת שחרור האלקטרון המתואר באיור לאנרגיה הכוללת של המערכת ($E_{k2}+U_2$) במצב 2, כאשר האלקטרון חולף בנקודה x = 8cm.

$$U_1 + E_{k1} = U_2 + E_{k2}$$

$$U_1 = k\frac{q_1 \cdot e}{r_1} + k\frac{q_2 \cdot e}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot (-1.6 \cdot 10^{-19}) \cdot \left(\frac{-5 \cdot 10^{-9}}{0.02} + \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0.08}\right) = 2.7 \cdot 10^{-16} J$$

$$U_2 = k\frac{q_1 \cdot e}{r_1'} + k\frac{q_2 \cdot e}{r_2'} = 9 \cdot 10^9 \cdot (-1.6 \cdot 10^{-19}) \cdot \left(\frac{-5 \cdot 10^{-9}}{0.08} + \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0.02}\right) = -2.7 \cdot 10^{-16} J$$

$E_{k1}=0$, לכן מחוק שימור האנרגיה מתקבל:

$$U_1 - U_2 = \frac{mv_2^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{2(U_1 - U_2)}{m_e}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2.7 \cdot 10^{-16}}{9.11 \cdot 10^{-31}}} = 3.44 \cdot 10^7 m/s$$

ב. תאוצת האלקטרון משתנה, כי השדה אינו אחיד.

ג. גודל תאוצת האלקטרון בנקודת שחרורו הוא:

$$a = \frac{q_e E}{m_e} = \frac{q_e}{m_e}\left(k\frac{q_1}{r_1^2} + k\frac{q_2}{r_2^2}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{9.11 \cdot 10^{-31}}\left(\frac{5 \cdot 10^{-9}}{0.02^2} + \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0.08^2}\right) = 2.1 \cdot 10^{16}\ m/s^2$$

כיוון התאוצה ימינה על ציר ה-x.

24. נתון: R = 20cm, והפוטנציאל על פני הכדור $V_R = -300V$.

א. הפוטנציאל על פני הכדור "מתנהג" כאילו כל המטען רוכז במרכז הכדור. לכן:

$$V_R = k\frac{q}{R}$$

$$q = \frac{V_R \cdot R}{k} = \frac{(-300) \cdot 0.2}{9 \cdot 10^9} = -6.67 \cdot 10^{-9} C$$

ב. הפרוטון ששוחרר ממנוחה נע לעבר הכדור הטעון בתאוצה הולכת וגדלה. נביע את האנרגיה הכוללת של המערכת פרוטון-כדור במקום שבו שוחרר הפרוטון (מצב 1). נשווה אנרגיה זו לאנרגיה הכוללת של המערכת, בזמן שהפרוטון פוגע בכדור (מצב 2):

$$U_1 + E_{k1} = U_2 + E_{k2}$$

$$k\frac{q \cdot q_p}{r_1} + 0 = k\frac{q \cdot q_p}{r_2} + \frac{m_p \cdot v_p^2}{2}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2kq \cdot q_p\left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{0.2}\right)}{m_p}}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (-6.67 \cdot 10^{-9}) \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\left(\frac{1}{0.3} - \frac{1}{0.2}\right)}{1.67 \cdot 10^{-27}}} = 1.38 \cdot 10^5 m/s$$

ג. האנרגיה הקינטית של הפרוטון ביחידות eV שווה מספרית להפרש הפוטנציאלים ΔV בהם הואץ הפרוטון: $E_{kp(eV)} = \Delta V$. הפרוטון שוחרר במרחק $10cm$ מפני הכדור. נחשב את פוטנציאל הכדור הטעון במקום זה, ונחשב את ערכו של ΔV:

$$V = k\frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-6.67 \cdot 10^{-9})}{0.3} = -200Volt$$

$$\Delta V = -200 - (-300) = 100Volt$$

$$\Rightarrow \quad E_{kp} = 100eV$$

25. לפי החוק השני של ניוטון מתקיים:

א.

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{Eq_p}{m_p} = k\frac{q \cdot q_p}{m_p \cdot r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{6.67 \cdot 10^{-9} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot (0.3)^2} = 6.39 \cdot 10^{10} m/s^2$$

ב. עתה נציב בביטוי הקודם r = 0.2m :

$$a = \frac{\sum F}{m} = k\frac{q \cdot q_p}{m_p \cdot R^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{6.67 \cdot 10^{-9} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot (0.2)^2} = 1.43 \cdot 10^{11} m/s^2$$

.26

א. האנרגיה הקינטית של חלקיקי ה-α היא:

$$1eV = 1.6\cdot10^{-19}J \qquad \Rightarrow 2MeV = 2\cdot10^{6}\cdot1.6\cdot10^{-19}J = 3.2\cdot10^{-13}J$$

ב. מהירותם של החלקיקים היא:

$$E_k = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha^2}{2}$$

$$v_\alpha = \frac{2E_K}{m_\alpha} = \sqrt{\frac{2\cdot3.2\cdot10^{-13}}{6.68\cdot10^{-27}}} = 9.8\cdot10^{6}\, m/s$$

ג. בתהליך העצירה של חלקיק ה-α, האנרגיה הקינטית שלו מומרת לאנרגיה פוטנציאלית חשמלית של המערכת גרעין זהב-חלקיק α. לכן, נחשב באיזה מרחק מזערי r_{min} מתקיים השוויון $U = E_k$.

$$E_k = U_{max} = 3.2\cdot10^{-13}J$$

$$U_{max} = k\frac{q_{Au}\cdot q_\alpha}{r_{min}} = 9\cdot10^{9}\frac{(79\cdot1.6\cdot10^{-19})\cdot(2\cdot1.6\cdot10^{-19})}{r_{min}}$$

$$\Rightarrow \quad r_{min} = 1.14\cdot10^{-13}m$$

התפלגות המטען בין מוליכים

.27

א. אם הכדורים נמצאים במרחק רב זה מזה, ניתן להניח שהתפלגות המטענים על כל כדור סימטרית ואינה מושפעת מהשדה החשמלי של הכדור האחר.

ב. כשהחוט דק, אפשר להתעלם מהמטענים שמצטברים בו.

ג. הפתרון מבוסס על שתי העובדות הבאות:

- לפי חוק שימור המטען, אין שינוי בסך כל המטענים על פני הכדורים לפני ואחרי חיבורם.
- זרם המטענים העוברים מכדור לכדור נפסק כאשר הכדורים מגיעים לשוויון פוטנציאלים.

נרשום שתי משוואות המבטאות שיקולים אלה, ונציב את הערכים הנתונים:

$$(1) \qquad q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$$

$$(2) \qquad V' = k\frac{q_1'}{r_1} = k\frac{q_2'}{r_2} \quad \Rightarrow \frac{q_1'}{r_1} = \frac{q_2'}{r_2}$$

$$(1) \qquad 8\cdot10^{-9} + 4\cdot10^{-9} = q_1' + q_2'$$

$$(2) \qquad \frac{q_1'}{0.06} = \frac{q_2'}{0.02} \qquad \Rightarrow q_1' = 3q_2'$$

$$(1,2) \qquad 12\cdot10^{-9} = 3q_2' + q_2' = 4q_2'$$

$$q_2' = 3\cdot10^{-9}C \quad ; \quad q_1' = 9\cdot10^{-9}C$$

לאחר החיבור, כמות המטענים על הכדורים היא 9nC ו-3nC בהתאמה.

ד. לפי התוצאות שהתקבלו בסעיף הקודם, מטענים עברו מהכדור הקטן לגדול (בפועל עברו אלקטרונים מהכדור הגדול לקטן).

ה. גודל עוצמת השדה החשמלי על פני הכדורים הוא:

$$E_1' = k\frac{q_1'}{r_1^2} = 9\cdot10^{9}\frac{9\cdot10^{-9}}{0.06^2} = 2.25\cdot10^{4}N/C$$

$$E_2' = k\frac{q_2'}{r_2^2} = 9\cdot10^{9}\frac{3\cdot10^{-9}}{0.02^2} = 6.75\cdot10^{4}N/C$$

ו. דליפת המטען לסביבה תתחיל מהכדור הקטן, בהתאמה עם אפקט החודים, כי עוצמת השדה החשמלי על פניו גדולה יותר.

.28

א. השיקולים דומים לאלה שבשאלה הקודמת. יש לשים לב לכך שהמטען על אחד מהכדורים שלילי וסכום המטענים המתקבל במקרה זה, גם הוא מספר שלילי:

$$(1) \qquad q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$$

$$(2) \qquad V = k\frac{q_1'}{r_1} = k\frac{q_2'}{r_2} \quad \Rightarrow \frac{q_1'}{r_1} = \frac{q_2'}{r_2}$$

$$(1) \qquad -8\cdot10^{-9} + 4\cdot10^{-9} = q_1' + q_2'$$

$$(2) \qquad \frac{q_1'}{0.06} = \frac{q_2'}{0.02} \qquad \Rightarrow q_1' = 3q_2'$$

$$(1,2) \qquad -4\cdot10^{-9} = 3q_2' + q_2' = 4q_2'$$

$$q_2' = -1\cdot10^{-9}C \quad ; \quad q_1' = -3\cdot10^{-9}C$$

ב. אלקטרונים עברו מהכדור שסימן מטענו היה בתחילה שלילי, כלומר, מהכדור שרדיוסו r_1, לכדור השני.

ג. נחשב את עוצמות השדה החשמלי על פני הכדורים לפני שחוברו ולאחר שחוברו יחד. נסמן ב-E_1, ו-E_2 את עוצמת השדה של פני הכדורים לפני שחוברו וב-E'_1, ו-E'_2 את עוצמות השדה של פני הכדורים לאחר שחוברו, בהתאמה.

$$E_1 = k\frac{q_1}{r_1^2} = 9\cdot10^9\,\frac{\left(-8\cdot10^{-9}\right)}{0.06^2} = -2\cdot10^4\,N/C$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{r_2^2} = 9\cdot10^9\,\frac{4\cdot10^{-9}}{0.02^2} = 9\cdot10^4\,N/C$$

$$E'_1 = k\frac{q'_1}{r_1^2} = 9\cdot10^9\,\frac{\left(-3\cdot10^{-9}\right)}{0.06^2} = -7.5\cdot10^3\,N/C$$

$$E'_2 = k\frac{q'_2}{r_2^2} = 9\cdot10^9\,\frac{\left(-1\cdot10^{-9}\right)}{0.02^2} = -2.25\cdot10^4\,N/C$$

ד. מבין כל הערכים שחושבו בסעיף זה, ל-E_2 הערך המוחלט הגדול ביותר. לכן, הסיכוי שתתרחש דליפת מטען גדול יותר לפני שהכדורים חוברו. דליפת המטען תתחיל מהכדור בעל הרדיוס הקטן יותר.

29.

א. נסמן את הפוטנציאלים על פני הכדורים לפני שחוברו ב-V_1 ו-V_2, ואחרי חיבורם נסמנם ב-V'_1 ו-V'_2. לפי הגדרת הפוטנציאל מתקיים:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{k\frac{q_1}{r_1}}{k\frac{q_2}{r_2}} = \frac{q_1}{r_1}\cdot\frac{r_2}{q_2} = \frac{\left(-6\cdot10^{-9}\right)\cdot0.02}{0.04\cdot3\cdot10^{-9}} = -1$$

ב. בזמן שהכדורים נגעו זה בזה, מטענים עברו מכדור לכדור עד לשוויון פוטנציאלים. לכן, אחרי שהכדורים הופרדו, יחס הפוטנציאלים הוא 1.

ג. כתוצאה מהמגע בין הכדורים הם שווי פוטנציאלים. לכן:

$$V'_1 = V'_2 \;\Rightarrow\; \frac{kq'_1}{r_1} = \frac{kq'_2}{r_2}$$

$$\Rightarrow\; \frac{q'_1}{q'_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{2} = 2$$

<u>הערה:</u> זוהי מסקנה כללית. עבור מוליכים כדוריים שווי-פוטנציאל, יחס המטענים שווה ליחס רדיוס המוליכים.

30. זוהי הכללה של התרגיל הקודם.

א.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{k\frac{q_1}{r_1}}{k\frac{q_2}{r_2}} = \frac{q_1}{r_1}\cdot\frac{r_2}{q_2}$$

ב. היחס הוא 1; ראה פתרון לשאלה קודמת.

ג. לאחר שהכדורים הופרדו, יחס המטענים על הכדורים הוא כיחס רדיוס הכדורים (ראה שאלה קודמת). נבטא זאת כך:

$$q_1 = cr_1 \quad ; \quad q_2 = cr_2$$

בביטוי האחרון, c הוא מקדם פרופורציה.

ד. לפי ההגדרה של עוצמת השדה החשמלי, ביחד עם התוצאה שהתקבלה בסעיף הקודם, מתקיים:

$$\frac{E'_1}{E'_2} = \frac{k\frac{q'_1}{r_1^2}}{k\frac{q'_2}{r_2^2}} = \frac{q'_1}{q'_2}\cdot\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{cr_1}{cr_2}\cdot\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2}{r_1}$$

31.

א. כדי לענות על סעיף זה, נחשב תחילה את מטען הכדור:

$$V = k\frac{q}{R}$$

$$q = \frac{R\cdot V}{k} = \frac{0.09\cdot1}{9\cdot10^9} = 10^{-11}C$$

נציב ערך זה בביטוי לחישוב הפוטנציאל בנקודה f:

$$V_f = k\frac{q}{r_f} = 9\cdot10^9\,\frac{10^{-11}}{0.1} = 0.9\,Volt$$

ב. הפוטנציאל במרכז הכדור שווה בערכו לפוטנציאל על פניו, וערכו $1V$. למעשה, בכל מקום בתוך הכדור, הפוטנציאל שווה בערכו לערך הפוטנציאל על פני הכדור.

ג. עוצמת השדה החשמלי בתוך הכדור היא אפס. אם במוליך קיים תחום שהפוטנציאל בו קבוע, עוצמת השדה בתחום זה היא אפס.

ד. כאמור בסעיף ב', גם במקום זה הפוטנציאל הוא $1V$.

32.

א. הנקודה e נמצאת מחוץ לכל אחת מהקליפות. בנקודה זו, הפונקציות המתארות את הפוטנציאל ואת עוצמת השדה החשמלי מתנהגות כאילו מטען הקליפות מרוכז במרכזן המשותף. משיקולים אלה נובע:

$$V_e = k\left(\frac{q_1+q_2}{r_e}\right) = 9\cdot10^9\cdot\left(\frac{(-5)\cdot10^{-9}+10\cdot10^{-9}}{0.5}\right) = 90\,Volt$$

$$E_e = k\left(\frac{q_1+q_2}{r_e^2}\right) = 9\cdot10^9\left(\frac{(-5)\cdot10^9+10\cdot10^9}{0.5^2}\right) = 180\,V/m$$

ב. הפוטנציאל הוא הסכום האלגברי המתקבל מחישוב תרומת המטענים של שני הכדורים. נסמן ב-V_1 את הפוטנציאל על פני הכדור הקטן, וב-V_2 את הפוטנציאל על פני הכדור הגדול. נחשב את הערכים של V_1 ו-V_2:

$$V_1 = k\frac{q_1}{r_1} = 9\cdot10^9\cdot\frac{(-5\cdot10^{-9})}{0.1} = -450\,Volt$$

$$V_2 = k\frac{q_2}{r_2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{(10\cdot10^{-9})}{0.2} = 450\,Volt$$

היות שהפוטנציאל בתוך כל קליפה קבוע, ערכו בנקודה f (העטופה בשתי הקליפות) הוא:

$$V_f = V_1 + V_2 = 0$$

על סמך העיקרון שהוצג בפתרון לשאלה 31-ג, $E_f = 0$.

ג. הנקודה g נמצאת בתוך הקליפה החיצונית ומחוץ לקליפה הפנימית. הפתרון המתבקש לחישוב ערך הפוטנציאל הוא שילוב העקרונות שהוצגו בסעיפים א' ו-ב' בשאלה זו. הקליפה החיצונית תורמת לפוטנציאל בנקודה g ‏450V. תרומתה של הקליפה הפנימית תחושב לפי ההנחה שמטענה מרוכז במרכזה. לכן:

$$V_g = V_2 + k\frac{q}{r_g} = 450 + \frac{(-5\cdot10^{-9})}{0.15}9\cdot10^9 = 150\,Volt$$

תרומת המטען שעל הקליפה החיצונית לעוצמת השדה החשמלי היא 0; השדה החשמלי של מטעני הקליפה הפנימית "מתנהג" כאילו מטען הקליפה נקודתי, ומקומו במרכז המשותף. לכן:

$$E_g = k\frac{q_1}{r_g^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{(-5\cdot10^9)}{0.15^2} = -2000\,V/m$$

וקטור עוצמת השדה החשמלי מכוון אל המרכז המשותף של הקליפות.

33.

א. הקליפה החיצונית מוארקת. לכן, הפוטנציאל על פניה הוא אפס.

ב. המטען המושרה על הקליפה החיצונית שווה בגודלו והפוך בסימנו למטען הקליפה הפנימית. נוכיח טענה זו. נסמן את מטען הקליפה הפנימית ב-q_1, ואת מטען הקליפה החיצונית ב-q_2:

$$V = 0 = k\left(\frac{q_1+q_2}{R_2}\right) \qquad \Rightarrow \qquad q_2 = -q_1$$

נחשב את q_1 מנתוני השאלה:

$$V_1 = k\frac{q_1}{r_1}$$

$$q_1 = \frac{V_1\cdot r_1}{k} = \frac{2000\cdot0.1}{9\cdot10^9} = 2.2\cdot10^{-8}C$$

$$q_2 = -2.2\cdot10^{-8}C$$

ג. הפוטנציאל על פני הקליפה הפנימית מושפע עכשיו גם על ידי המטען שחושב בסעיף ב'. לכן פוטנציאל זה הוא:

$$V'_1 = \frac{kq_1}{R_1} + \frac{kq_2}{R_2} = k\left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2}\right)$$

$$V'_1 = 9\cdot10^9\left(\frac{2.2\cdot10^{-8}}{0.1} + \frac{(-2.2\cdot10^{-8})}{0.2}\right) = 990\,Volt$$

ד. הערכים של עוצמת השדה החשמלי ושל הפוטנציאל, במרחק $r = 1m$ ממרכז הכדורים, הינם 0, כי הקליפות טעונות במטענים שווים בגודלם והפוכים בסימנם האלגברי. כאשר נקודה נמצאת מחוץ למערכת גופים כדוריים קונצנטריים טעונים, אפשר להתייחס אליהם כאל מטען נקודתי שקול המונח במרכזם של הכדורים.

ה. לאחר שהקליפות חוברו יחד הם מהווים מוליך אחד. הקליפה הפנימית מאבדת את מטענה לקליפה החיצונית, כי המטענים במוליך מתרכזים על פניו. לכן, מטען כל אחת מהקליפות יהיה אפס.

34.

א. ערך הפוטנציאל על כל אחת מהקליפות הוא כערך הפוטנציאל על פני הקליפה החיצונית:

$$V=\frac{kq}{R_2}$$

ב. פוטנציאל הקליפה המוארקת הוא 0 (לכל גוף מוארק יש פוטנציאל 0, לפי הסכם).

ג. נביע את ערך הפוטנציאל על פני הכדור הפנימי. יש לשים לב לכך שתרומתו של הכדור החיצוני לפוטנציאל על פני הכדור הפנימי היא V_1:

$$V_{R_1}=k\left(\frac{q_1}{R_1}+\frac{q_2}{R_2}\right)=0$$

$$\frac{q_2}{R_2}=-\frac{q_1}{R_1} \qquad \Rightarrow \qquad q_2=-q_1\frac{R_2}{R_1}$$

פתרונות לתרגילים נוספים

35.

א. לפי חוק שימור האנרגיה מתקיים:

$$\Delta V\cdot e=\frac{m_ev^2}{2}\Rightarrow \Delta V=\frac{m_ev^2}{2\cdot e}=\frac{9.11\cdot10^{-31}\cdot(5\cdot10^6)^2}{2\cdot1.6\cdot10^{-19}}=71.17Volt$$

ב. מהירות האלקטרון בציר האופקי קבועה, כי בציר זה לא פועלים עליו כוחות. לכן, $v_x=v_{0x}=5\cdot10^6\,m/s$. נחשב את זמן תנועת האלקטרון בין הלוחות, ונציב אותו במשוואת המהירות בציר האנכי, y:

$$t=\frac{x}{v}=\frac{0.05}{5\cdot10^6}=10^{-8}s$$

$$v_y=v_{0y}+a_yt=0+\frac{E\cdot e}{m_e}t=\frac{2500\cdot1.6\cdot10^{-19}}{9.11\cdot10^{-31}}\cdot10^{-8}=4.39\cdot10^6\,m/s$$

ג.

$$y_1=v_{0y}t+\frac{a_yt^2}{2}=0+\frac{E\cdot e}{2m_e}t^2=\frac{2500\cdot1.6\cdot10^{-19}}{2\cdot9.11\cdot10^{-31}}\cdot\left(10^{-8}\right)^2=2.19\cdot10^{-2}m=2.19cm$$

ד. נחשב את הזווית בין הציר האופקי לבין כיוון מהירות האלקטרון בצאתו מבין הלוחות:

$$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{4.39\cdot10^6}{5\cdot10^6}=0.878 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha=41.28°$$

נסמן ב-y_2 את שיעור התרחקות האלקטרון מהציר מרגע שהוא עזב את הלוחות עד לפגיעה במסך. סה"כ הסטייה מציר x היא $\Delta y=y_1+y_2$.

$$\frac{y_2}{0.2}=\tan\alpha \qquad y_2=0.2\cdot0.878=0.1756\,m$$

$$\Delta y=y_1+y_2=0.0219+0.1756=0.1975m=19.75\,cm$$

36.

א. זמן תנועת האלקטרון בין הלוחות הוא:

$$t=\frac{x}{v}=\frac{0.05}{2\cdot10^6}=2.5\cdot10^{-8}s$$

בפרק זמן זה, האלקטרון מתרחק בכיוון האנכי ב-1cm. לכן, מתקיים:

$$y=\frac{at^2}{2}=\frac{E\cdot e\cdot t^2}{2m_e}=\frac{\frac{V}{d}\cdot e\cdot t^2}{2m_e}=\frac{V\cdot\cdot e\cdot t^2}{2m_e\cdot d}$$

$$\Rightarrow V=\frac{2y\cdot m_e\cdot d}{e\cdot t^2}=\frac{0.02\cdot9.11\cdot10^{-31}\cdot0.02}{1.6\cdot10^{-19}\cdot(2.5\cdot10^{-8})^2}=3.64Volt$$

ב. במקרה זה, זמן התנועה מתקצר למחצית הזמן שחישבנו בסעיף א'. נציב זמן זה בביטוי האחרון:

$$V=\frac{0.02\cdot m_e\cdot d}{e\cdot t^2}=\frac{0.02\cdot9.11\cdot10^{-31}\cdot0.02}{1.6\cdot10^{-19}\cdot(1.25\cdot10^{-8})^2}=14.56Volt$$

37.

א. כאשר עוצמת השדה החשמלי על פני המוליך מגיעה לערך $3\cdot10^6\ V/m$, המטען דולף ממנו לסביבה. הרדיוסים של הקליפות שבהן נאגר המטען הם $R_1=30cm$ ו- $R_2=2m$. לכן, כמות המטען שאפשר לאגור בכל אחד מהמכשירים היא:

$$E=k\frac{q}{R^2}$$

$$3\cdot10^6=9\cdot10^9\frac{q_1}{0.3^2} \qquad \Rightarrow \qquad q_1=3\cdot10^{-5}C$$

$$3\cdot10^6=9\cdot10^9\frac{q_2}{2^2} \qquad \Rightarrow \qquad q_2=1.33\cdot10^{-3}C$$

ב. צפיפות המטען σ על כל קליפה היא:

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{3\cdot10^{-5}}{4\pi\cdot0.3^2} = 2.65\cdot10^{-5}\ C/m^2$$

$$\sigma_2 = \frac{1.33\cdot10^{-3}}{4\pi\cdot2^2} = 2.65\cdot10^{-5}\ C/m^2$$

מסקנה: בשני המקרים המטען דולף לסביבה כאשר צפיפות המטען היא:

$$2.65\cdot10^{-5}\ C/m^2$$

.38

א. תיאור תנועת האלקטרון:

- האלקטרון נע לכיוון מרכז הקליפה בתאוצה הולכת וגדֵלה וכיוונו ימינה, עד שהוא מגיע לפני הקליפה.
- בתוך הקליפה מהירותו קבועה, כי עוצמת השדה החשמלי בתחום הקליפה היא 0.
- מחוץ לקליפה, בצד ימין, תאוצת האלקטרון מכוונת שמאלה וקטֵנה בערכה המוחלט. מהירות האלקטרון הולכת וקטֵנה עד שהיא מתאפסת ומחליפה כיוון. מרגע זה נע האלקטרון שמאלה לכיוון הקליפה הכדורית.

ב. תנועת האלקטרון מחזורית. הוא נע מנקודת המוצא שלו ועד לנקודה בה הוא נעצר, מימין לקליפה, כפי שהוסבר בסעיף א'. ניתן להראות משיקולי אנרגיה, שהתרחקות האלקטרון משני עברי הקליפה הכדורית, סימטרית. (התנועה היא מחזורית אך לא הרמונית).

ג. מהירות האלקטרון מרבית בתוך הקליפה.

ד. נחשב את מטענה של הקליפה הכדורית:

$$V = k\frac{q}{R} \quad \Rightarrow \quad q = \frac{RV}{k} = \frac{0.3\cdot1000}{9\cdot10^9} = 33.33\cdot10^{-9}C$$

האלקטרון יוצא לדרכו ממנוחה. נחשב משיקולי אנרגיה את מהירותו, v_e, כאשר הוא מגיע לשפת הקליפה:

$$U_1 + E_{k1} = U_2 + E_{k2}$$

$$\frac{kq\cdot e}{r_1} + 0 = \frac{kq\cdot e}{R} + \frac{m_e v_e^2}{2}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2kq\cdot e}{m_e}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R}\right)}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2\cdot9\cdot10^9\cdot33.33\cdot10^{-9}\cdot(-1.6\cdot10^{-19})}{9.11\cdot10^{-31}}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{0.3}\right)} = 1.57\cdot10^7\ m/s$$

39. המערכת המתוארת מאפשרת לבדוק מהו מתח העצירה של האלקטרונים. ידיעת מתח העצירה מאפשרת לחשב את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים. התהליך המתואר בשאלה זו נקרא "האפקט הפוטו-אלקטרי". מד הזרם משמש כגלאי אלקטרונים ואת מתח העצירה יש למדוד על ידי חיבור מד מתח בין האלקטרודות. פיתוח המודל שבאמצעותו הסביר איינשטיין את האפקט הפוטו-אלקטרי זיכה אותו בפרס נובל בפיזיקה.